

Découpage et recollement

I. Du triangle au rectangle

On trace un triangle quelconque ABC . On se demande comment découper ce triangle pour obtenir un rectangle de même aire.

1. Tracer un triangle quelconque ABC .
2. Placer I et J les milieux respectifs de $[AB]$ et $[AC]$.
3. Tracer la hauteur issue de A dans le triangle AIJ . Cette hauteur coupe la droite (IJ) en H .
4. Tracer le symétrique du triangle AIH par la symétrie centrale de centre I puis le symétrique du triangle AJH par la symétrie centrale de centre J .
On nomme H' le symétrique du point H par la symétrie centrale de centre I et H'' le symétrique du point H par la symétrie centrale de centre J .
5. Démontrer que le quadrilatère $BCH''H'$ est un rectangle de même aire que le triangle ABC .

II. Du rectangle au carré

On trace un rectangle quelconque $ABCD$. On se demande comment découper ce rectangle pour obtenir un carré de même aire.

1. Tracer un rectangle $ABCD$ quelconque.
2. Tracer le cercle de centre A et de rayon AD , il coupe la demi-droite $[BA)$ en B' avec $B' \notin [AB]$.
3. Placer le milieu I du segment $[BB']$ puis le cercle de centre I et de rayon IB .
4. Tracer la demi-droite $[AD)$, elle coupe le cercle de centre I et de rayon IB en E .
On prouvera en devoir maison que $AE^2 = AD \times AB$. On pourra utiliser ce résultat pour la suite.
5. Placer le point F sur la demi-droite $[AB)$ tel que le quadrilatère $AFGE$ soit un carré.
6. Démontrer que le quadrilatère $AFGE$ est un carré de même aire que le rectangle $ABCD$.

III. Deux carrés en un !

Soit C_1 et C_2 deux carrés de côté a et b .

1. On cherche à déterminer un découpage de C_1 et C_2 pour obtenir un seul carré C_3 . Déterminer l'aire du carré C_3 .
2. Déterminer ce découpage.