

En route vers le chaos

I. Introduction

On considère la suite de nombres définie de la manière suivante :

- On choisit comme nombre de départ 0,5 ;
- On obtient le nombre suivant en déterminant l'image de 0,5 par la fonction $f(x) = 1 - 0,24x^2$;
- On obtient le nombre suivant en déterminant l'image de l'image 0,5 par la fonction $f(x) = 1 - 0,24x^2$;
- ...

II. Travail préliminaire

On considère la fonction $f : x \mapsto 1 - 0,24x^2$

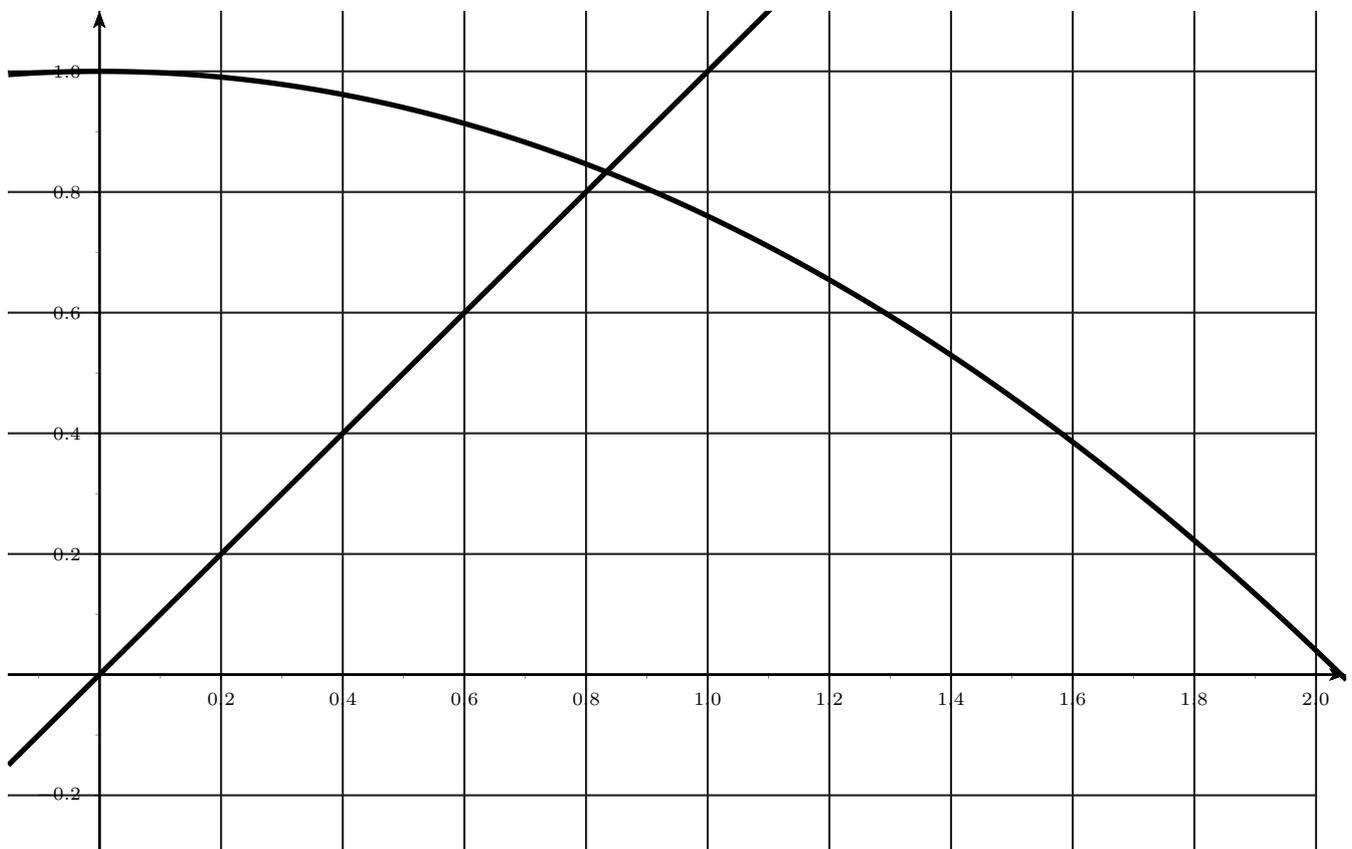
1. Déterminer $f(0,5)$, $f(f(0,5))$ et $f(f(f(0,5)))$.
2. Résoudre l'équation $f(x) = x$. On pourra montrer au préalable que $f(x) - x = -0,24 \left(x - \frac{5}{6}\right)(x + 5)$.
3. Résoudre l'équation $f(x) = 0$.

III. Chaos et tableur

1. A l'aide du tableur, déterminer les 100 premiers nombres de cette suite. Que remarque t-on ?
2. Effectuer le même travail en prenant 3 comme nombre de départ puis -4 et enfin 6. Que remarque t-on ?
3. Déterminer le comportement de cette suite de nombre selon la valeur de départ.
4. On considère la fonction $f(x) = 1 - 0,6x^2$. Déterminer le comportement de cette suite de nombre selon la valeur de départ.

IV. Chaos et courbes

Afin d'observer cette suite de nombre, on a tracé ci-dessous la courbe de la fonction $f : x \mapsto 1 - 0,24x^2$ et la droite d'équation $y = x$:



1. Placer 0,5 sur l'axe des abscisses puis son image à l'aide des deux courbes.
2. Faire de même pour les nombres suivants de la suite de nombre.

V. Chaos et Geogebra

Pour continuer notre observation, nous allons effectuer la même étude à l'aide du logiciel Geogebra :

1. Créer un curseur a compris entre 0 et 1 avec un pas de 0,1 ;
2. Tracer la courbe de la fonction $f(x) = 1 - ax^2$ et la droite d'équation $y = x$;
3. Créer un curseur u_0 compris entre -3 et 3 avec un pas de 0,1. u_0 correspond à la première valeur prise par la suite de nombre.
4. Créer un curseur entier n compris entre 0 et 100 ;
5. Entrer dans la barre de saisie : $U=ItérationListe[f,u_0,n]$
6. Entrer dans la barre de saisie :

$$P=Séquence[(Elément[U,p],0),p,1,n]$$

7. Entrer dans la barre de saisie :

$$L1=Séquence[Segment[(Elément[U,p],0),(Elément[U,p],Elément[U,p + 1])],p,0,n]$$

8. Entrer dans la barre de saisie :

$$L2=Séquence[Segment[(Elément[U,p-1],Elément[U,p]),(Elément[U,p],Elément[U,p])],p,1,n]$$

9. Entrer dans la barre de saisie :

$$L3=Séquence[Segment[(Elément[U,p+1],Elément[U,p+1]),(Elément[U,p+1],Elément[U,p+2])],p,1,n]$$

10. Déterminer en fonction de a et de u_0 le comportement de la suite de nombre.