

Somme de trois dés : le problème du Duc de Toscane

Le Duc de Toscane était un grand amateur de jeux de dés. À force de jouer, il lui semblait avoir remarqué qu'en lançant trois dés et en additionnant les points obtenus, il obtenait plus souvent 10 points que 9 points. Il n'arrivait pas à comprendre pourquoi, parce que selon lui, il y avait autant de chances d'avoir l'un ou l'autre des deux résultats, chacun pouvant être obtenu de six façons différentes :

- $9 = 1 + 2 + 6 = 1 + 3 + 5 = 1 + 4 + 4 = 2 + 2 + 5 = 2 + 3 + 4 = 3 + 3 + 3$
- $10 = 1 + 3 + 6 = 1 + 4 + 5 = 2 + 2 + 6 = 2 + 3 + 5 = 2 + 4 + 4 = 3 + 3 + 4$

Ce problème, appelé le **problème du Duc de Toscane**, fut à l'époque (XVII^e siècle) source de nombreuses discussions.

1. Simuler à l'aide d'un tableur 1000 lancers de trois dés.
2. Déterminer les intervalles de confiance au seuil de 95% pour les échantillons obtenus.
3. Conclure sur la validité de vos observations.
4. Simuler à l'aide d'Algobox 100 000 lancers de trois dés en recopiant et en complétant le programme suivant :

```

1  VARIABLES
2  r EST_DU_TYPE NOMBRE
3  i EST_DU_TYPE NOMBRE
4  n EST_DU_TYPE NOMBRE
5  C9 EST_DU_TYPE NOMBRE
6  C10 EST_DU_TYPE NOMBRE
7  DEBUT_ALGORITHME
8  LIRE n
9  C9 PREND_LA_VALEUR 0
10 C10 PREND_LA_VALEUR 0
11 POUR i ALLANT_DE 1 A n
12   DEBUT_POUR
13   r PREND_LA_VALEUR floor(random()*6)+1+floor(random()*6)+1+.....
14   SI (r==9) ALORS
15     DEBUT_SI
16     C9 PREND_LA_VALEUR C9+1
17     FIN_SI
18   SI (r==10) ALORS
19     DEBUT_SI
20     C10 PREND_LA_VALEUR C10+1
21     FIN_SI
22   FIN_POUR
23   AFFICHER .....
24   AFFICHER .....
25 FIN_ALGORITHME

```

5. Déterminer les intervalles de confiance au seuil de 95% pour les échantillons obtenus.
6. Conclure sur la validité de vos observations. L'observation du Duc de Toscane semble-t-elle se confirmer ?
7. À l'aide d'un arbre, modéliser cette expérience aléatoire.