

Éléments de correction

Problème A :

Est-il possible de faire en sorte que l'aire du triangle soit la plus grande possible ? Si oui, préciser dans quel(s) cas ?

Éléments de réponse :

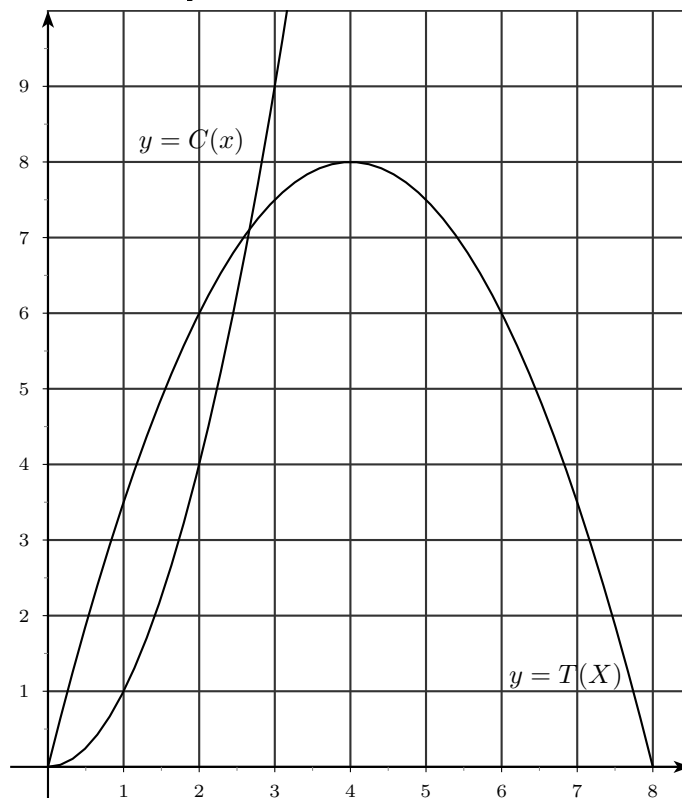
Soit x la longueur du segment $[AM]$. D'après la position du point M ,

$$x \in [0; 8]$$

Soit T la fonction qui à la longueur du segment $[AM]$ associe l'aire du triangle isocèle de base $[MB]$.

$$T : x \mapsto \frac{x(8-x)}{2}$$

Dans le repère ci-dessous, on trace la courbe représentative de la fonction T :



En observant la courbe de la fonction T , on peut dire que le triangle a une aire maximale si $x = 4$ soit si M est le milieu du segment $[AB]$. L'aire est alors de 8 cm^2

Problème B :

Est-il possible que l'aire du triangle soit égale à l'aire du carré ?

Éléments de réponse :

Soit C la fonction qui à la longueur du segment $[AM]$ associe l'aire du carré de côté $[AM]$.

$$C : x \mapsto x^2$$

Le problème se résume donc à trouver la (ou les valeurs) de x pour laquelle (lesquelles) :

$$C(x) = T(x)$$

On trace la courbe représentative de la fonction C dans le même repère que précédemment, on peut conclure que $C(x) = T(x)$ pour $x = 0$ ou $x \simeq 2,6$. Pour obtenir les valeurs exactes, il faut résoudre l'équation $C(x) = T(x)$.

$$\begin{aligned} C(x) &= T(x) \\ x^2 &= \frac{x(8-x)}{2} \\ 2x^2 &= x(8-x) \\ 2x^2 &= 8x - x^2 \\ 3x^2 - 8x &= 0 \\ x(3x - 8) &= 0 \end{aligned}$$

Or $x(3x - 8) = 0$ pour $x = 0$ ou $3x - 8 = 0$ donc $C(x) = T(x)$ admet 0 ou $\frac{8}{3}$ pour solutions.