

Exercices

Niveau 1 : La base, indispensable !

Exercice 1:

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -2x^2 - 8x + 3$,

1. Déterminer la nature de la fonction f .
2. Déterminer les variations de f sur $\mathbb{R}$.
3. Déterminer un encadrement de $f(x)$ pour x appartenant à :
 - $[0; 4]$;
 - $[-2; 3]$;
 - $[-3; 2]$;

Exercice 2:

1. Déterminer la nature de chacune des fonctions suivantes :
 - $f_1(x) = -2x^2 + 3x + 4$
 - $f_2(x) = 4(x + 5)^2$
 - $f_3(x) = -(2x + 1)^2 + 4x^2$
2. Pour chacune des fonctions précédentes, calculer les images de -2 et de 2 .
3. Déterminer les extremums de chacune de ces fonctions sur $\mathbb{R}$.

Exercice 3:

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x^2 - 24x + 48$,

1. Déterminer la nature de la fonction f .
2. Déterminer l'image de $-\frac{3}{2}$ la fonction f .
3. Déterminer les variations de f sur $\mathbb{R}$.
4. En déduire le signe de f sur $\mathbb{R}$.
5. Déterminer un encadrement de $f(x)$ pour x appartenant à :
 - $[0; 4]$;
 - $[-2; 3]$;
 - $[-3; 12]$;

Niveau 2 : Des exercices de recherche de niveau seconde à maîtriser !

Exercice 4:

Soit f la fonction polynôme définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -x^2 + 4x + 5$,

1. Déterminer la nature de la fonction f .
2. Résoudre $f(x) < 5$.
3. Montrer que pour tout réel x , $f(x) = -(x+1)(x-5)$.
4. En déduire le signe de f puis les antécédents de 0 par f .
5. Déterminer les variations de f . En déduire l'antécédent de 9 par f .
6. Développer $-(x-2)^2$. En déduire une nouvelle expression de $f(x)$.

Exercice 5:

Soit f la fonction polynôme définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 + 2x - \frac{21}{4}$,

1. Déterminer la nature de la fonction f .
2. Montrer que pour tout réel x , $f(x) = \left(x - \frac{3}{2}\right) \left(x + \frac{7}{2}\right)$.
3. Montrer que pour tout réel x , $f(x) = (x+1)^2 - \frac{25}{4}$.
4. On dispose à présent de trois expressions d'une même fonction f . Pour chacune des questions suivantes, choisir la forme la plus adaptée.
 - a. Résoudre algébriquement $f(x) = 0$.
 - b. Résoudre algébriquement $f(x) < -\frac{21}{4}$.
 - c. Résoudre algébriquement $f(x) \geq -\frac{25}{4}$.

Niveau 3 : En route vers la première !

Exercice 6:

Toute fonction polynôme du second degré $f : x \mapsto ax^2 + bx + c$ peut s'écrire sous la forme $f(x) = a(x + \alpha)^2 + \beta$ où α et β sont des nombres réels.

1. Montrer que $f(x) = 2x^2 - 5x + 3$ a pour forme canonique $f(x) = 2\left(x - \frac{5}{4}\right)^2 - \frac{1}{8}$.
2. Déterminer la forme canonique des fonctions polynômes du second degré suivantes :
 - a. $f_1(x) = x^2 + x + 1$
 - b. $f_2(x) = -3x^2 + 12x + 13$
 - c. $f_3(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 2$

Exercice 7:

Soit f et g deux fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -x^2 + 6x - 6$ et $g(x) = 4 - x$.

1. Tracer à l'aide de votre calculatrice C_f et D_g , les courbes représentatives des fonctions f et g .
2. a. Déterminer les variations de la fonction f .
 b. En déduire le nombre de solutions de $f(x) = 0$
 c. Encadrer les solutions de l'équation $f(x) = 0$ au dixième près à l'aide de votre calculatrice.
 d. Montrer que $x_1 = 3 - \sqrt{3}$ et $x_2 = 3 + \sqrt{3}$ sont solutions de $f(x) = 0$.
 e. Déterminer a tel que pour tout réel x , $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$.
 f. En déduire le signe de $f(x)$.
3. a. Montrer que $f(x) - g(x) = (-x + 2)(x - 5)$
 b. En déduire les coordonnées des points d'intersection de C_f et D_g puis les positions relatives de ces deux courbes.

Exercice 8:

Soit f et g deux fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 1$ et $g(x) = -\frac{1}{3}x(x - 1)$.

1. Déterminer la nature des fonctions f et g .
2. Déterminer les variations et le signe de f et g sur $\mathbb{R}$.
3. Soient C_f et D_g , les courbes représentatives des fonctions f et g . Déterminer les coordonnées des points d'intersection de C_f et D_g puis les positions relatives de ces deux courbes.