

Chapitre 13: Fonctions polynômes du second degré

1 Définition

Définition:

On appelle fonction polynôme du second degré toute fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = ax^2 + bx + c$ où a , b et c sont trois nombres réels avec $a \neq 0$.

Remarque:

Les fonctions polynômes du second degré sont aussi appelées trinômes du second degré.

Exemples:

- $f(x) = 5x^2 + 4x - 3$ est une fonction du second degré avec $a = 5$, $b = 4$ et $c = -3$.
- $g(x) = -3(x - 4)(x + 5)$ est une fonction du second degré avec $a = -3$, $b = -3$ et $c = 60$ puisque :

$$\begin{aligned}g(x) &= -3(x - 4)(x + 5) \\ &= (-3x + 12)(x + 5) \\ &= -3x^2 - 15x + 12x + 60 \\ &= -3x^2 - 3x + 60\end{aligned}$$

- La fonction carré définie par $x \mapsto x^2$ est une fonction du second degré avec $a = 1$, $b = 0$ et $c = 0$.
- La fonction affine $h(x) = 2x + 1$ n'est pas une fonction polynôme du second degré puisque $a = 0$.

2 Courbes représentatives et sens de variation

Propriété:

Soit f une fonction polynôme du second degré définie sur \mathbb{R} par $f(x) = ax^2 + bx + c$.

- Si $a > 0$ alors la représentation graphique de la fonction f est une parabole ayant "les branches tournées vers le haut" et f admet le tableau de variation suivant :

x	$-\infty$	$\frac{-b}{2a}$	$+\infty$
$f(x)$		$f\left(\frac{-b}{2a}\right)$	

- Si $a < 0$ alors la représentation graphique de la fonction f est une parabole ayant "les branches tournées vers le bas" et f admet le tableau de variation suivant :

x	$-\infty$	$\frac{-b}{2a}$	$+\infty$
$f(x)$		$f\left(\frac{-b}{2a}\right)$	

Remarque:

Dans un repère orthogonal, la droite d'équation $x = \frac{-b}{2a}$ est un axe de symétrie de la parabole.

