

Chapitre 2: Fonctions I

1 Définition, image et antécédent

Dans cette partie, D est intervalle de \mathbb{R} ou une réunion d'intervalles de \mathbb{R} .

Définition:

On définit une fonction f de D dans \mathbb{R} en associant à chaque nombre x de D un unique nombre réel noté $f(x)$. On note cette fonction :

$$\begin{aligned} f : D &\longrightarrow \mathbb{R} \\ x &\longmapsto f(x) \end{aligned}$$

Vocabulaire:

- D est l'ensemble de définition de f . On dit que f est définie sur D .
- Le nombre $f(x)$ est appelé **image de x par f** .

Exemple:

Soit f la fonction définie sur $] -\infty; -2[\cup] -2; +\infty[$ par $f(x) = \frac{3x}{x+2}$.

- $] -\infty; -2[\cup] -2; +\infty[$ est l'ensemble de définition de f .

$$\begin{aligned} f(-1) &= \frac{3 \times (-1)}{-1+2} \\ &= \frac{-3}{1} \\ &= -3 \end{aligned}$$

L'image du nombre -1 par la fonction f est -3 , ce qui se note $f(-1) = -3$.

- On dit aussi que -3 est un **antécédent** du nombre -1 par la fonction f .

Définition:

Soit f une fonction de D dans \mathbb{R} .

Si un nombre k est l'image d'un nombre x , c'est à dire si $f(x) = k$, alors on dit que x est un **antécédent de k** .

Exemple:

Soit f la fonction définie sur $D = \mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 1$. On a :

$$f(-1) = (-1)^2 - 1 = 0 \quad \text{et} \quad f(1) = 1^2 - 1 = 0$$

-1 et 1 sont deux antécédents de 0 par la fonction f .

Remarque:

Pour montrer que -1 et 1 sont les deux seuls antécédents de 0 par la fonction f , il faut résoudre l'équation $f(x) = 0$ soit $x^2 - 1 = 0$.

2 Représentation graphique

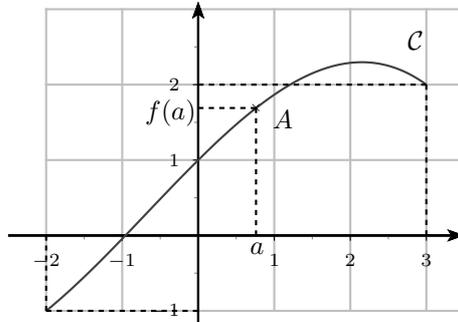
Définition:

f est une fonction définie sur D .

La **représentation graphique** \mathcal{C} (ou *courbe représentative*) de f dans un repère est l'ensemble des points de coordonnées $(x; f(x))$ où x est un nombre de D .

Exemple:

La figure ci-dessous donne la courbe représentative \mathcal{C} d'une fonction f définie sur $D = [-2; 3]$. Le point A a pour coordonnées $(a; f(a))$.



Attention :

Une lecture graphique ne donne que des valeurs approchées des images et antécédents recherchés sauf lorsque le codage indique la valeur exacte. Dans l'exemple ci-dessus, on a $f(-2) = -1$ et $f(3) = 2$ mais $f(-1) \simeq 0$.

Propriété:

Soit M un point de coordonnées $(a; b)$ avec $a \in D$ et \mathcal{C} la courbe représentative d'une fonction f dans un repère :

- Si $b = f(a)$, c'est à dire si $M(a; f(a))$, alors M appartient à \mathcal{C} , sinon M n'appartient pas à \mathcal{C} .
- On dit que la courbe \mathcal{C} a pour équation $y = f(x)$

Exemple:

La fonction $f : x \mapsto -\frac{1}{2}x^2 + 3$ et \mathcal{C} sa courbe représentative dans un repère.

- Soit le point A de coordonnées $(2; 1)$. $f(2) = 1$ donc le point A appartient à la courbe \mathcal{C} .
- Soit le point B de coordonnées $(-2; 2)$. $f(-2) = 1$ donc le point B n'appartient pas à la courbe \mathcal{C} .
- La courbe \mathcal{C} a pour équation $y = -\frac{1}{2}x^2 + 3$.

