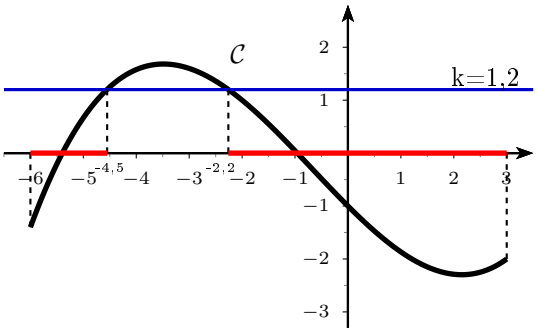
Chapitre 4: Fonctions II

1 Fonctions et inéquations

Soit f une fonction définie sur $D = [-6; 3]$ dont on donne la représentation graphique dans le repère ci-contre :



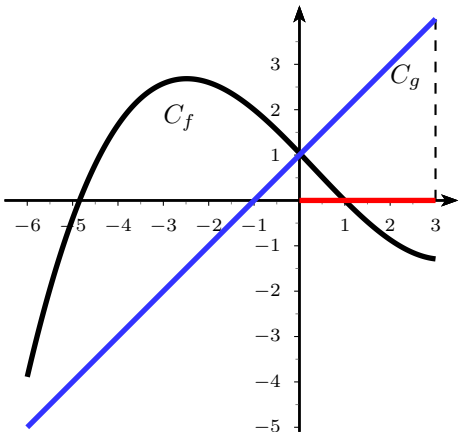
Résoudre l'inéquation $f(x) < k$ c'est chercher les nombres x de D qui ont une image inférieure strictement à k.

Ici $f(x) < 1,2$ pour $x \in [-6; -4,5[$ ou $x \in]-2,2; 3]$.

On dit que : $f(x) < 1,2$ admet pour ensemble solution :

$$S = [-6; -4,5[\cup]-2,2; 3]$$

Soit f et g deux fonctions définies sur $D = [-6; 3]$ dont on donne les représentation graphique dans le repère ci-contre :



Résoudre l'inéquation $f(x) < g(x)$ c'est chercher les nombres x de D dont l'image par la fonction f est inférieure strictement à l'image par la fonction g.

Ici $f(x) < g(x)$ pour $x \in]0; 3]$.

On dit que : $f(x) < g(x)$ admet pour ensemble solution :

$$S =]0; 3]$$

Remarque:
On peut résoudre de même les inéquations de la forme :

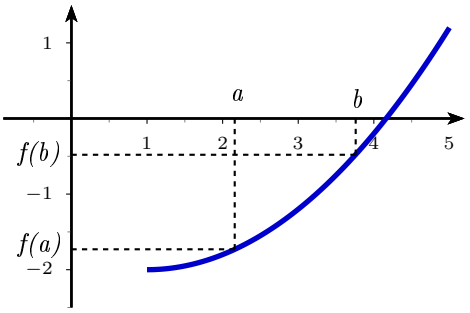
$$f(x) > k \quad ; \quad f(x) \geq k \quad ; \quad f(x) \leq k \quad ; \quad f(x) > g(x) \quad ; \quad f(x) \geq g(x) \quad ; \quad f(x) \leq g(x)$$

2 Variations

Définition:
Soit f une fonction définie sur un intervalle I.

f est croissante sur I si pour tous nombres a et b de l'intervalle I tels que $a < b$, on a :

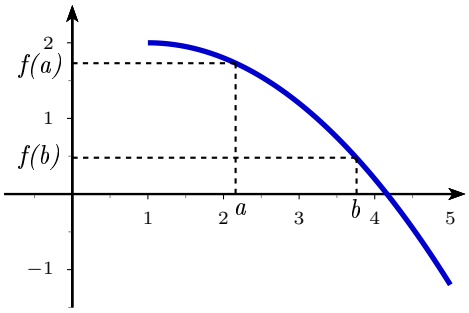
$$f(a) \leq f(b)$$



La fonction f représenté ci-dessus est croissante sur $[1;5]$. On observe que la courbe "monte".

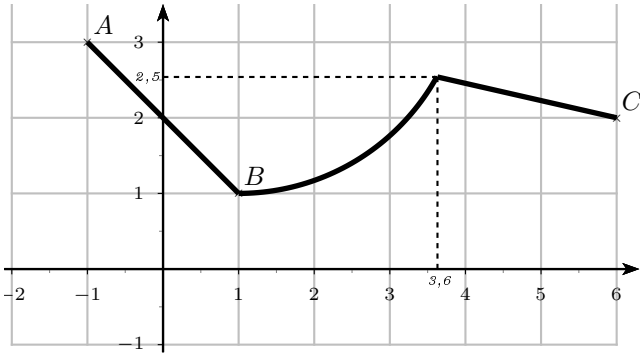
f est décroissante sur I si pour tous nombres a et b de l'intervalle I tels que $a < b$, on a :

$$f(a) \geq f(b)$$



La fonction g représenté ci-dessus est décroissante sur $[1;5]$. On observe que la courbe "descend".

Définition:
Soit f une fonction définie sur $[-1;6]$ dont on donne la représentation graphique ci-dessous :



Le tableau de variations de la fonction f est :

x	-1		1		$3,6$		6
$f(x)$	3	↘	1	↗	$2,5$	↘	2

Définition:
La lecture du tableau montre que 3 est la plus grande valeur prise par la fonction f sur l'intervalle $[-1;6]$.
*On dit que 3 est le **maximum** de la fonction f sur l'intervalle $[-1;6]$ et qu'il est atteint lorsque $x = -1$.*
Le point $A(-1;3)$ est le plus haut de la courbe.

De même, la lecture du tableau montre que 1 est la plus petite valeur prise par la fonction f sur l'intervalle $[-1;6]$.
*On dit que 1 est le **minimum** de la fonction f sur l'intervalle $[-1;6]$ et qu'il est atteint lorsque $x = 1$.*
Le point $B(1;1)$ est le plus bas de la courbe.