

Étude de signe

Exercice 1:

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{x^2 - x - 6}{3}$ et g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = -x - 1$

1. Calculer l'image de $\frac{1}{2}$ par la fonction f .
2. Montrer que pour tout réel x , $f(x) = \frac{1}{3}(x-3)(x+2)$
3. En déduire le signe de f sur $\mathbb{R}$
4. Tracer la courbe de la fonction f pour $x \in [-4; 5]$.
5. Déterminer la nature de la fonction g .
6. Déterminer le signe de la fonction g .
7. Tracer la courbe de la fonction g pour $x \in [-4; 5]$. dans le même repère.
8. Montrer que pour tout réel x , $f(x) - g(x) = \frac{1}{3}(x+3)(x-1)$
9. En déduire les solutions de $f(x) = g(x)$ sur $\mathbb{R}$.
10. En déduire les solutions de $f(x) \geq g(x)$ sur $\mathbb{R}$.

Exercice 2:

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 - x$ et g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x^3 - x^2$.

1. Calculer l'image de $\frac{3}{4}$ par la fonction f .
2. Déterminer le signe de f sur $\mathbb{R}$
3. Tracer la courbe de la fonction f pour $x \in [-2; 2]$.
4. Calculer l'image de $\frac{7}{2}$ par la fonction g .
5. Déterminer le signe de g sur $\mathbb{R}$
6. Tracer la courbe de la fonction g pour $x \in [-2; 2]$. dans le même repère.
7. Déterminer les solutions de $f(x) = g(x)$ sur $\mathbb{R}$.
8. Déterminer les solutions de $f(x) \leq g(x)$ sur $\mathbb{R}$.

Exercice 3:

Déterminer le signe de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = -x \left(x - \frac{2}{3} \right) \left(x - \frac{3}{4} \right) \left(-x + \frac{4}{7} \right) (-x + 1)$$

Exercice 4:

Déterminer le signe de la fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ par :

$$f(x) = \frac{7-3x}{2x+4}$$

Exercice 5:

Résoudre l'inéquation suivante :

$$x^2 - 6x + 4 \geq 2x^2 + 9x + 4$$