

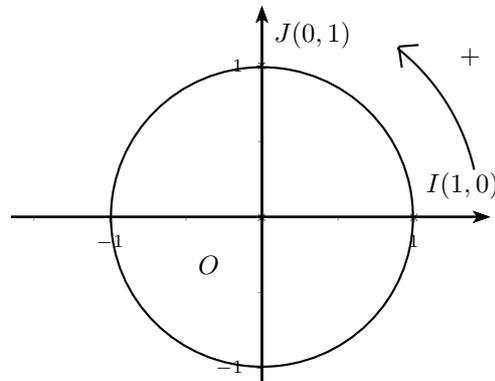
Autour du cercle trigonométrique

1 Le cercle trigonométrique

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) .

Définition:

le cercle trigonométrique est le cercle \mathcal{C} de centre O et de rayon 1, sur lequel on choisit un sens de parcours appelé le sens direct.



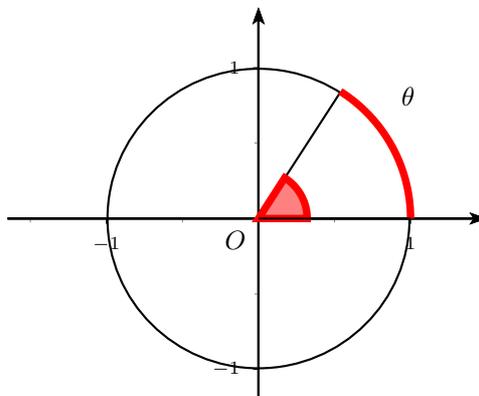
Exercice 1:

Déterminer le périmètre du cercle \mathcal{C} .

Définition:

Le radian est l'unité de mesure d'angle définie de la manière suivante :

Un angle de sommet O mesure θ radians lorsque la longueur de l'arc de \mathcal{C} qu'il intercepte est θ .



Exercice 2:

Les mesures des angles en degrés et en radians sont proportionnelles. Le périmètre du cercle \mathcal{C} est de 2π donc un angle de 360 degrés mesure 2π radians. Compléter alors le tableau ci-dessous :

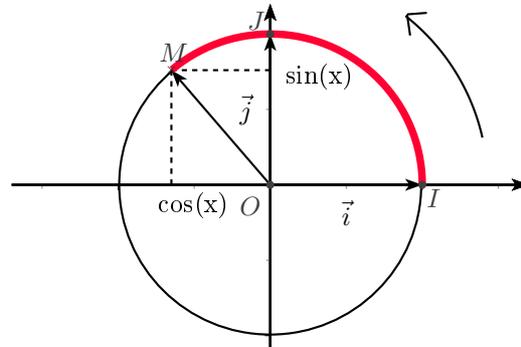
Mesure en degré	0	30	45	60	90	180	360
Mesure en radian							

2 Cosinus et sinus d'un nombre

On va maintenant définir le cosinus et le sinus de n'importe quel angle en radians. Pour cela, on établit une correspondance entre l'ensemble \mathbb{R} et les points du cercle trigonométrique.

2.1 Définition

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) . On considère le cercle trigonométrique \mathcal{C} de centre O et de rayon 1.



Soit $x \in \mathbb{R}$. En partant de I et en se plaçant sur \mathcal{C} , on parcourt un chemin de longueur $|x|$ en tournant :

- dans le sens positif si $x > 0$;
- dans le sens négatif si $x < 0$.

On aboutit ainsi à un point M de \mathcal{C} , associé de manière unique à x . On définit ainsi la fonction :

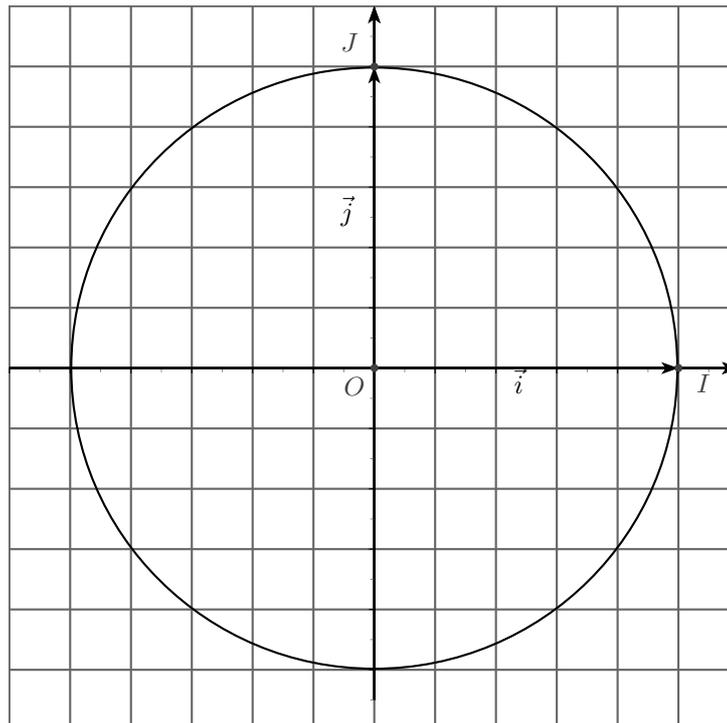
$$M : \begin{cases} \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathcal{C} \\ x & \longmapsto & M(x) \end{cases}$$

Exercice 3:

On considère le cercle trigonométrique \mathcal{C} de centre O et de rayon 1.

1. Placer sur le cercle trigonométrique \mathcal{C} les points M_i tels que l'angle $\widehat{IOM_i}$ mesure α_i radians :

$$\alpha_1 = \frac{\pi}{2} \quad ; \quad \alpha_2 = \frac{\pi}{3} \quad ; \quad \alpha_3 = \frac{\pi}{4} \quad ; \quad \alpha_4 = \frac{\pi}{6} \quad ; \quad \alpha_5 = \frac{3\pi}{2} \quad ; \quad \alpha_6 = \frac{2\pi}{3} \quad ; \quad \alpha_7 = \frac{7\pi}{4} \quad ; \quad \alpha_8 = \pi$$



2. Pour chaque point, donner deux autres mesure d'angle en radians qui lui correspond (une positive et une négative).

--	--

Définition:

Le *cosinus* de x , noté *cos*, est l'abscisse de $M(x)$ dans le repère.

Le *sinus* de x , noté *sin*, est l'ordonnée de $M(x)$ dans le repère.

Exercice 4:

A l'aide du cercle trigonométrique de l'exercice 3, compléter le tableau ci-dessous :

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$-\frac{\pi}{2}$	2π
Mesure de l'angle en degré					
$\cos(x)$					
$\sin(x)$					

Exercice 5:

Dans un repère orthonormé du plan (O, I, J) , on considère le cercle trigonométrique \mathcal{C} de centre 0 et de rayon 1.

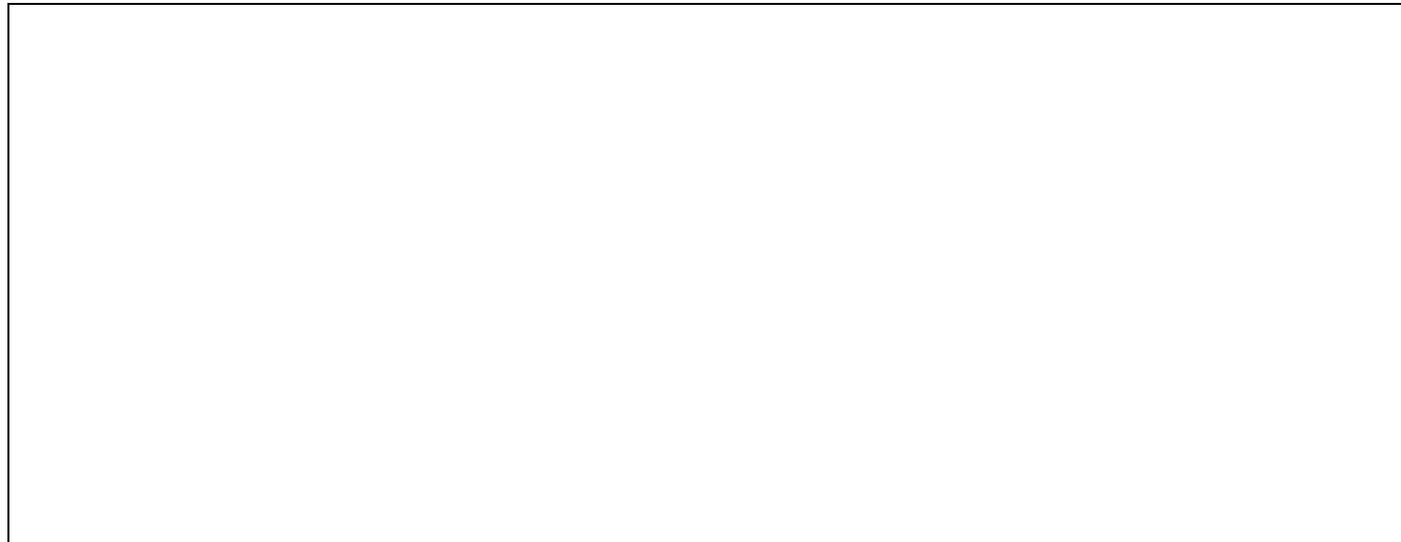
1. Placer sur le cercle le point M associé à $\frac{\pi}{3}$.
2. Déterminer la nature du triangle OMI .
3. En déduire les valeurs exactes de $\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$ et $\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)$.

--

Exercice 6:

Dans un repère orthonormé du plan (O, I, J) , on considère le cercle trigonométrique \mathcal{C} de centre 0 et de rayon 1.

1. Placer sur le cercle le point M associé à $\frac{\pi}{4}$.
2. Déterminer la nature du triangle OMH où H est le projeté orthogonal de M sur (OI) .
3. En déduire les valeurs exactes de $\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)$ et $\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$.

**Exercice 7:**

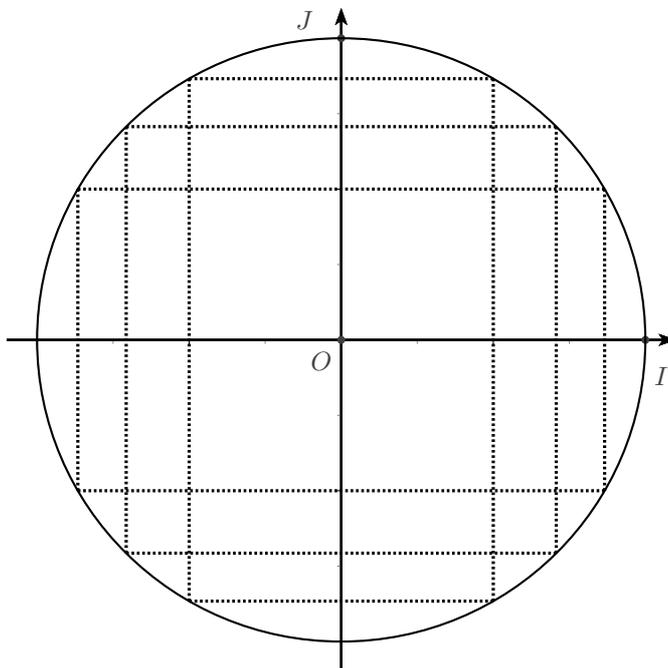
Dans un repère orthonormé du plan (O, I, J) , on considère le cercle trigonométrique \mathcal{C} de centre 0 et de rayon 1.

1. Placer sur le cercle le point M associé à $\frac{\pi}{6}$.
2. Déterminer la nature du triangle OMJ .
3. En déduire les valeurs exactes de $\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)$ et $\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)$.



Exercice 8:

Dans un repère orthonormé du plan (O, I, J) , on considère le cercle trigonométrique \mathcal{C} de centre O et de rayon 1. Soit M le point du cercle trigonométrique tel que l'angle \widehat{IOM} mesure x radians.



1. Justifier que pour tout réel x ,

$$-1 \leq \cos(x) \leq 1 \quad ; \quad -1 \leq \sin(x) \leq 1 \quad \text{et} \quad (\cos(x))^2 + (\sin(x))^2 = 1$$

2. Compléter les tableaux ci-dessous et le cercle ci-dessus :

x	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$
Mesure de l'angle en degré							
$\cos(x)$							
$\sin(x)$							

x	$-\frac{\pi}{6}$	$-\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{2\pi}{3}$	$-\frac{3\pi}{4}$	$-\frac{5\pi}{6}$
Mesure de l'angle en degré							
$\cos(x)$							
$\sin(x)$							