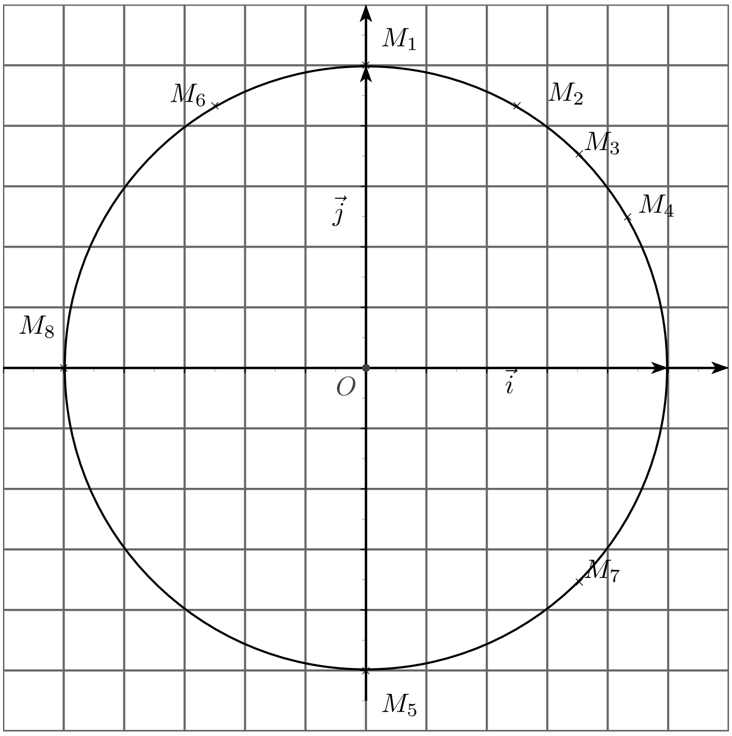
Corrigé : Autour du cercle trigonométrique

Exercice 1:
Le périmètre du cercle $\mathcal{C}$ est 2π.

Exercice 2:

Mesure en degré	0	30	45	60	90	180	360
Mesure en radian	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	2π

Exercice 3:

1. 

2. M_1 correspond aussi à un angle de $\frac{5\pi}{2}$ et à un angle de $\frac{-3\pi}{2}$;
   M_2 correspond aussi à un angle de $\frac{7\pi}{3}$ et à un angle de $\frac{-5\pi}{3}$;
   M_3 correspond aussi à un angle de $\frac{9\pi}{4}$ et à un angle de $\frac{-7\pi}{4}$;
   M_4 correspond aussi à un angle de $\frac{13\pi}{6}$ et à un angle de $\frac{-11\pi}{6}$;
   M_5 correspond aussi à un angle de $\frac{7\pi}{2}$ et à un angle de $\frac{-\pi}{2}$;
   M_6 correspond aussi à un angle de $\frac{8\pi}{3}$ et à un angle de $\frac{-4\pi}{3}$;
   M_7 correspond aussi à un angle de $\frac{15\pi}{4}$ et à un angle de $\frac{-\pi}{4}$;
   M_8 correspond aussi à un angle de 3π et à un angle de $-\pi$.

Exercice 4:

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	-$\frac{\pi}{2}$	2π
Mesure de l'angle en degré	0	90	180	270	360
$cos(x)$	1	0	-1	0	1
$sin(x)$	0	1	0	-1	0

Exercice 5:

1. Voir l'exercice 3
2. $OM = OI = 1$ donc le triangle OMI est isocèle et $\widehat{MOI} = 60°$ d'où le triangle OMI est équilatéral.
3. Dans un triangle équilatéral, les médiatrices et les médianes sont confondues, donc la médiane issue de M coupe perpendiculairement OI en son milieu qu'on notera H donc $cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$. En utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle rectangle OHM on obtient que $MH^2 = OH^2 - HO^2$ donc $sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Exercice 6:

1. Voir l'exercice 3
2. OHM est un triangle rectangle en H et $\widehat{MOH} = 45°$ d'où $\widehat{OMH} = 45°$ donc le triangle OMH est isocèle rectangle.
3. D'une part $OH = HM$ donc $cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$. En utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle rectangle OHM on obtient que $OH^2 = \frac{1}{2}$ donc $cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Exercice 7:

1. Voir l'exercice 3
2. $OM = OJ = 1$ donc le triangle OMJ est isocèle et $\widehat{MOJ} = 60°$ d'où le triangle OMJ est équilatéral.
3. Dans un triangle équilatéral, les médiatrices et les médianes sont confondues, donc la médiane issue de M coupe perpendiculairement OJ en son milieu qu'on notera H donc $sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$. En utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle rectangle OHM on obtient que $MH^2 = OH^2 - HO^2$ donc $cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Exercice 8:

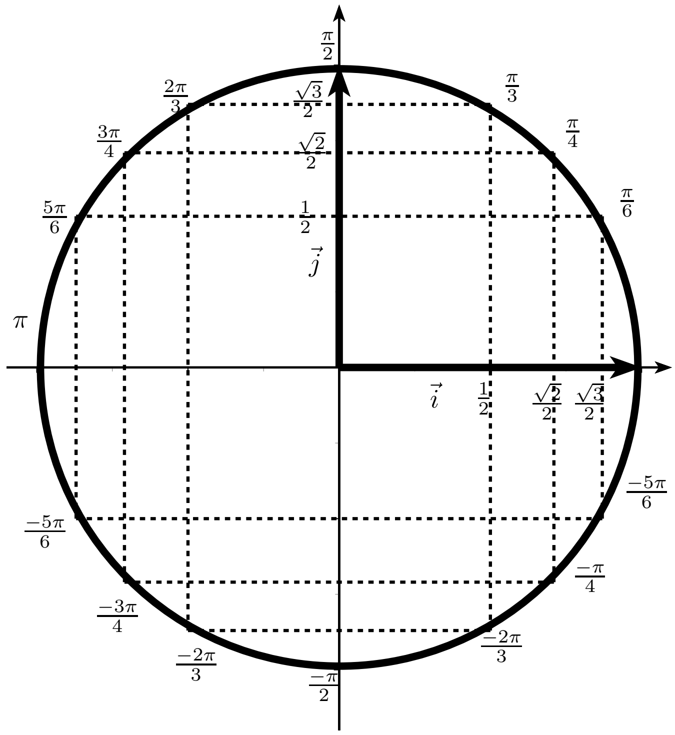
1. Comme $M(x)$ appartient au cercle trigonométrique,

$$-1 \leq cos(x) \leq 1 \qquad et \qquad -1 \leq sin(x) \leq 1$$

Enfin, en appliquant le théorème de Pythagore comme dans les trois exercices précédents,

$$(cos(x))^2 + (sin(x))^2 = 1$$

2. Cercle :



Pour compléter le tableau, il suffit de se référer au cercle ci-dessus.