

Étude de la fonction inverse

1 Définition et propriétés

La fonction inverse est la fonction

$$f : x \mapsto \frac{1}{x}$$

1. Déterminer le domaine de définition de la fonction inverse.
2. Déterminer les images de -3 ; $-\frac{1}{2}$; $\frac{7}{5}$ et 10 par la fonction inverse.
3.
 - a. Tracer dans un repère la représentation graphique de la fonction inverse.
 - b. Donner les coordonnées du centre de symétrie de la représentation graphique de la fonction inverse.
4. Conjecturer les variations de la fonction inverse.

Pour démontrer ces conjectures, on considère deux réels a et b tels que $a < b$ et on va étudier le signe de $f(b) - f(a)$.

5.
 - a. Factoriser $f(b) - f(a)$.
 - b. Pour a et b deux réels strictement négatifs, montrer que si $a < b$ alors $f(a) > f(b)$.
 - c. Que peut-on en déduire?
 - d. Pour a et b deux réels strictement positifs, montrer que si $a < b$ alors $f(a) > f(b)$.
 - e. Que peut-on en déduire?

2 Encadrement

1. Sans effectuer de calcul :
 - a. Comparer les inverses de -201 et -203 .
 - b. Comparer les inverses de $\pi - 1$ et $\sqrt{2} + 2$.
 - c. Comparer les inverses de -2 et 3 .
2. Recopier et compléter en justifiant votre réponse (on pourra s'aider de la courbe de la fonction inverse) :
 - a. Si $x > 7$ alors $\dots < \frac{1}{x} < \dots$
 - b. Si $x < -2$ alors $\dots < \frac{1}{x} < \dots$
3. Déterminer si les propositions suivantes sont vraies ou fausses en justifiant votre réponse :
 - a. Si $x > 4$ alors $\frac{1}{x} > \frac{1}{4}$
 - b. Si $x < -3$ alors $\frac{1}{x} < -2$

3 Équations

1.
 - a. Tracer dans un repère la représentation graphique de la fonction inverse.
 - b. Résoudre graphiquement les équations $\frac{1}{x} = 1$; $\frac{1}{x} = -1$ et $\frac{1}{x} = 0$.
2. Résoudre les équations $\frac{1}{x} = 1$; $\frac{1}{x} = -67$ et $\frac{1}{x} = 0$.
3. Résoudre l'équation $\frac{1}{x} = a$ selon les valeurs prises par le nombre réel a .

4 Inéquations

1.
 - a. Tracer dans un repère la représentation graphique de la fonction inverse
 - b. Résoudre graphiquement les inéquations $\frac{1}{x} < 1$; $\frac{1}{x} \geq -1$ et $\frac{1}{x} > 2$.
2.
 - a. Déterminer le signe de $\frac{1-10x}{x}$.
 - b. En déduire les solutions de l'inéquation $\frac{1}{x} \leq 10$.
3. Résoudre algébriquement l'inéquation $\frac{1}{x} \geq \frac{1}{5}$.