Chapitre 7: fonctions affines

1 Définition d'une fonction affine

Définition:
$\boldsymbol{a}$ et $\boldsymbol{b}$ désignent deux nombres réels donnés. Une fonction affine est une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

Remarques:
- *Pour $b = 0$, la fonction $x \longmapsto ax + b$ devient ...., c'est une fonction ....*
- *Pour $a = 0$, la fonction $x \longmapsto ax + b$ devient ...., c'est une fonction ....*

2 Représentation graphique

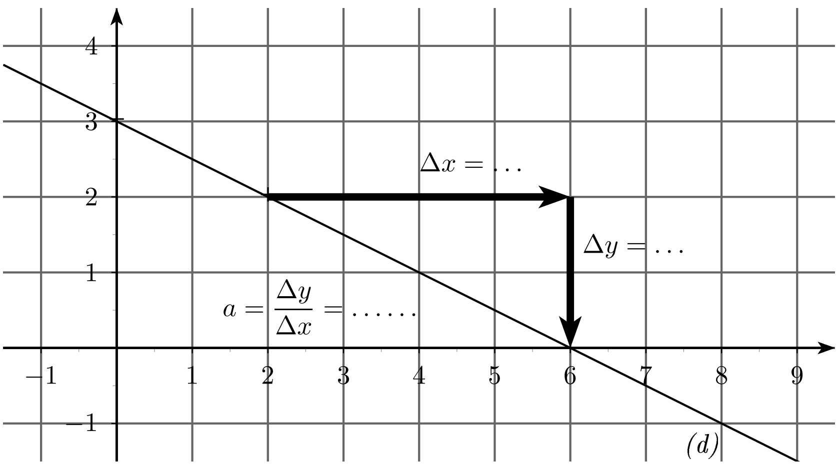
Propriété:
f est une fonction affine définie par $f : x \longmapsto ax + b$ et on choisi un repère orthogonal alors

la représentation graphique de la fonction affine f est ....

Remarques:
De plus, si on nomme (d) cette droite :

Exemple:
On considère la fonction affine $f : x \longmapsto -\dfrac{1}{2}x + 3$.

Sa représentation graphique est une droite (d), d'ordonnée à l'origine ... et de coefficient directeur ...



On remarque que si l'accroissement des abscisses est $\Delta x = \ldots$ et si l'accroissement des ordonnées est $\Delta y = \ldots$ alors

$$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \ldots\ldots$$

3 Proportionnalité des accroissements

Propriété:
a et b désignent des nombres réels et f est la fonction affine telle que $f(x) = a\,x + b$. Pour deux nombres distincts x_1 et x_2, on a :

Démonstration:
Soit f une fonction affine telle que $f(x) = ax + b$, on a : $f(x_1) = ax_1 + b$ et $f(x_2) = ax_2 + b$.

$$\begin{aligned} \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} &= \\ &= \\ &= \\ &= \end{aligned}$$

4 Sens de variation

Propriété:
f est une fonction affine définie par $f(x) = ax + b$.

- *Si $a < 0$,*

- *Si $a = 0$,*

- *Si $a > 0$,*

Démonstration:
Soit x_1 et x_2 deux nombres réels tels que $x_1 < x_2$ et f une fonction affine définie par $f(x) = ax + b$.

$$\begin{aligned} f(x_2) - f(x_1) &= \\ f(x_2) - f(x_1) &= \\ f(x_2) - f(x_1) &= \end{aligned}$$

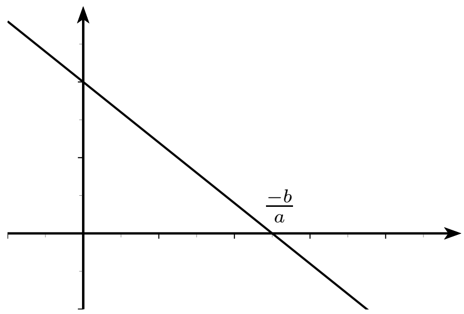
et comme $x_2 - x_1 > 0$ on en déduit que $f(x_2) - f(x_1)$ est du signe de a
- *Si $a < 0$, $f(x_2) - f(x_1) < 0$, c'est à dire $f(x_1) > f(x_2)$ donc f est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$.*
- *Si $a = 0$, $f(x_2) - f(x_1) = 0$, c'est à dire $f(x_1) = f(x_2)$ donc f est constante sur $\mathbb{R}$.*
- *Si $a > 0$, $f(x_2) - f(x_1) > 0$, c'est à dire $f(x_1) < f(x_2)$ donc f est strictement croissante sur $\mathbb{R}$*

5 Signe d'une fonction affine

Propriété:
f est une fonction affine définie par $f(x) = ax + b$ avec $a \neq 0$.

- *Si $a < 0$, f admet le tableau de signe ci-dessous :*

x	$-\infty$ $\qquad$ $+\infty$
$ax + b$	



- *Si $a > 0$, f admet le tableau de signe ci-dessous :*

x	$-\infty$ $\qquad$ $+\infty$
$ax + b$