

Éléments de réponse

Tout le problème s'articule autour de la formule suivante :

$$v = \frac{d}{t}$$

Notre motard parcourt à l'aller une distance de 10 km à 60 km/h, il met donc $t = \frac{d}{v} = \frac{10}{60} = \frac{1}{6}$ h pour faire l'aller soit 10 minutes.

Au retour, il parcourt la même distance de 10 km à x km/h, il met donc $t = \frac{d}{v} = \frac{10}{x}$ h pour faire le retour avec $x > 0$.

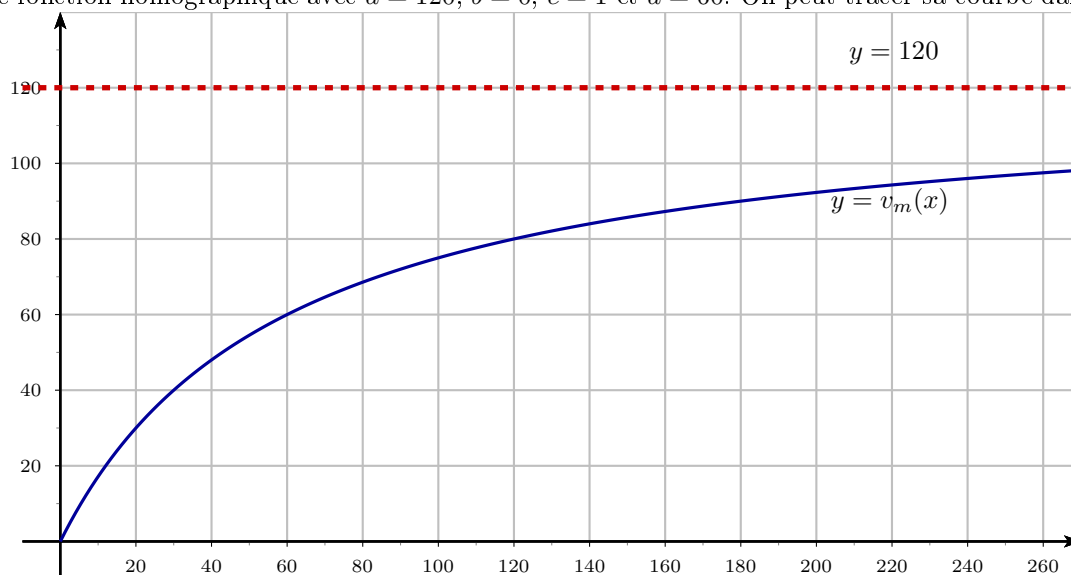
Ainsi, notre motard a parcouru 20 km en $\frac{1}{6} + \frac{10}{x}$ h donc sa vitesse moyenne $v_m(x)$ sur le trajet aller-retour est de :

$$v_m(x) = \frac{d}{t} = \frac{20}{\frac{1}{6} + \frac{10}{x}}$$

On remarque que pour $x > 0$:

$$\begin{aligned} v_m(x) &= \frac{20}{\frac{x}{6x} + \frac{60}{6x}} \\ &= \frac{20}{\frac{x+60}{6x}} \\ &= 20 \times \frac{6x}{x+60} \\ &= \frac{120x}{x+60} \end{aligned}$$

Ainsi v_m est une fonction homographique avec $a = 120$, $b = 0$, $c = 1$ et $d = 60$. On peut tracer sa courbe dans un repère :



Graphiquement, on observe que la vitesse moyenne ne semble pas dépasser 120 km/h.

Comme v_m est une fonction homographique, la courbe de la fonction admet une asymptote horizontale d'équation $y = \frac{a}{c}$ soit $y = 120$ donc on en déduit que $v_m(x) < 120$ pour $x > 0$.

Une autre façon de voir ce problème est que, si l'on réalise le retour en quelques millièmes de seconde, le temps de trajet aller-retour sera d'environ 10 minutes et la distance parcouru de 20 km soit une vitesse moyenne d'environ 120 km/h

En conclusion, la vitesse moyenne ne peut donc pas dépasser 120 km/h et l'affirmation de Louis est juste !