

Premières études de fonctions homographiques

Définition:

Soient a, b, c et d sont des nombres réels tels que $c \neq 0$ et $ad - bc \neq 0$. On appelle fonction homographique toute fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{d}{c} \right\}$ par

$$f(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$$

Exercice 1:

Soit f, g et h trois fonctions définies par :

$$f(x) = \frac{x}{2 - 5x} \quad , \quad g(x) = 4 + \frac{5}{3x - 7} \quad , \quad h(x) = x - 1 - \frac{2x^2}{2x + 3}$$

1. Déterminer le domaine de définition de chacune de ces fonctions.
2. Montrer que ces trois fonctions sont des fonctions homographiques.
3. Tracer à l'aide de votre calculatrice la représentation graphique de ces trois fonctions.

Exercice 2:

Soit f la fonction définie par

$$f(x) = \frac{x - 1}{x + 1}$$

1. Déterminer le domaine de définition de f .
2. Déterminer la nature de la fonction f .
3. Tracer dans un repère la représentation graphique de la fonction f .
4. Déterminer le signe de la fonction f .
5. Résoudre graphiquement puis par le calcul l'équation $f(x) = 2$.
6. Résoudre graphiquement puis par le calcul l'inéquation $f(x) < -1$.
7. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = -2x - 1$.
 - a. Résoudre par le calcul l'équation $f(x) = g(x)$.
 - b. Placer graphiquement les solutions de cette équation.
 - c. Résoudre graphiquement puis par le calcul l'inéquation $f(x) < g(x)$.