

## Étude de la fonction inverse

### 1 Définition et propriétés

La fonction inverse est la fonction

$$f : x \mapsto \frac{1}{x}$$

1. Déterminer le domaine de définition de la fonction inverse.
2. Déterminer les images de  $-3$ ;  $-\frac{1}{2}$ ;  $\frac{7}{5}$  et  $10$  par la fonction inverse.
3. Déterminer la nature de la fonction inverse.
4. Tracer dans un repère la représentation graphique de la fonction inverse sur  $[-3; 3]$ .
5. Donner les variations et le signe de la fonction inverse.
6. Donner les coordonnées du centre de symétrie de la représentation graphique de la fonction inverse.

### 2 Encadrement

1. Sans effectuer de calcul :
  - a. Comparer les inverses de  $-201$  et  $-203$ .
  - b. Comparer les inverses de  $\pi - 1$  et  $\sqrt{2} + 2$ .
  - c. Comparer les inverses de  $-2$  et  $3$ .
2. A l'aide de la courbe de la fonction inverse, recopier et compléter les implications suivantes :
  - a. Si  $x > 7$  alors  $\dots < \frac{1}{x} < \dots$
  - b. Si  $x < -2$  alors  $\dots < \frac{1}{x} < \dots$
3. A l'aide de la courbe de la fonction inverse, déterminer si les propositions suivantes sont vraies ou fausses :
  - a. Si  $x > 4$  alors  $\frac{1}{x} > \frac{1}{4}$
  - b. Si  $x < -3$  alors  $\frac{1}{x} > -2$

### 3 Équations

1. Tracer dans un repère la représentation graphique de la fonction inverse sur  $[-3; 3]$ .
2. Résoudre graphiquement les équations :
 
$$\frac{1}{x} = 1 \quad ; \quad \frac{1}{x} = -1 \quad ; \quad \frac{1}{x} = 0$$
3. Résoudre par le calcul les équations :
 
$$\frac{1}{x} = \frac{1}{2} \quad ; \quad \frac{1}{x} = -67 \quad ; \quad \frac{1}{x} = 5$$
4. Résoudre l'équation  $\frac{1}{x} = a$  pour  $a \neq 0$ .

### 4 Inéquations

1. Tracer dans un repère la représentation graphique de la fonction inverse sur  $[-3; 3]$ .
2. Résoudre graphiquement les inéquations :
 
$$\frac{1}{x} < 1 \quad ; \quad \frac{1}{x} \geq -1 \quad ; \quad \frac{1}{x} > 2$$
3. Résoudre l'inéquation  $\frac{1}{x} \leq 10$ .
4. Résoudre l'inéquation  $\frac{1}{x} \geq \frac{1}{5}$ .