

## Chapitre 8: Fonctions IV

### Définition:

$a$  et  $b$  désignent deux nombres réels donnés. Une fonction affine est une fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$f(x) = ax + b$$

### Propriété:

$f$  est une fonction affine définie par  $f : x \mapsto ax + b$  et on choisit un repère orthogonal alors la représentation graphique de la fonction affine  $f$  est une droite.

### Remarques:

De plus, si on nomme  $(d)$  cette droite :

- La droite  $(d)$  coupe l'axe des ordonnées au point de coordonnées  $(0; b)$ .
- Le nombre  $b$  est appelé l'**ordonnée à l'origine** de la droite  $(d)$ .
- Le nombre  $a$  est appelé le **coefficient directeur** de la droite  $(d)$ .
- La droite  $(d)$  a pour équation  $y = ax + b$ .

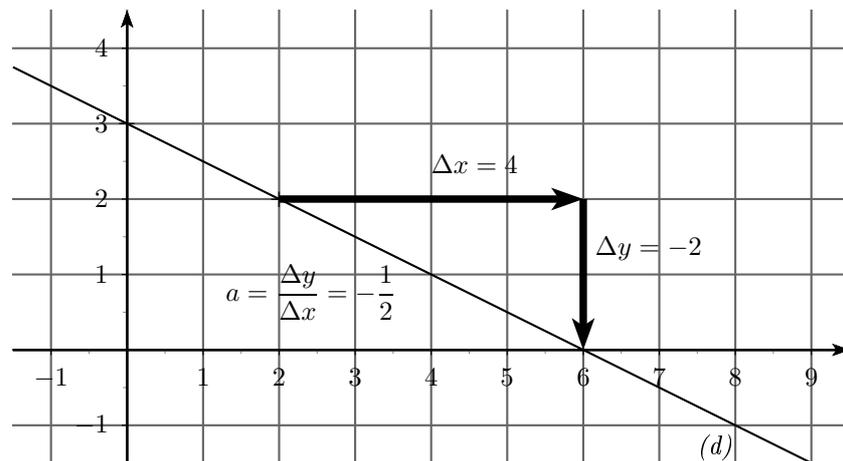
### Exemple:

On considère la fonction affine  $f : x \mapsto -\frac{1}{2}x + 3$ .

Sa représentation graphique est une droite  $(d)$ , d'ordonnée à l'origine 3 et de coefficient directeur  $-\frac{1}{2}$ .

Comme  $f(0) = 3$  et  $f(2) = 2$ , la droite  $(d)$  passe par les points de coordonnées  $(0; 3)$  et  $(2; 2)$ .

On dit que la droite  $(d)$  a pour équation  $y = -\frac{1}{2}x + 3$ .



On remarque que si l'accroissement des abscisses est  $\Delta x = 4$  et si l'accroissement des ordonnées est  $\Delta y = -2$  alors

$$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = -\frac{1}{2}$$

**Propriété:**

$a$  et  $b$  désignent des nombres réels et  $f$  est la fonction affine telle que  $f(x) = ax + b$ . Pour deux nombres distincts  $x_1$  et  $x_2$ , on a :

$$\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = a$$

**Démonstration:**

Soit  $f$  une fonction affine telle que  $f(x) = ax + b$ , on a :  $f(x_1) = ax_1 + b$  et  $f(x_2) = ax_2 + b$ .

$$\begin{aligned} \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} &= \frac{ax_2 + b - (ax_1 + b)}{x_2 - x_1} \\ &= \frac{ax_2 + b - ax_1 - b}{x_2 - x_1} \\ &= \frac{a(x_2 - x_1)}{x_2 - x_1} && \text{Puisque } x_2 - x_1 \neq 0 \\ &= a \end{aligned}$$

**Propriété:**

$f$  est une fonction affine définie par  $f(x) = ax + b$ .

- Si  $a < 0$ ,  $f$  est strictement décroissante sur  $\mathbb{R}$ .
- Si  $a = 0$ ,  $f$  est constante sur  $\mathbb{R}$ .
- Si  $a > 0$ ,  $f$  est strictement croissante sur  $\mathbb{R}$ .

**Démonstration:**

Soit  $x_1$  et  $x_2$  deux nombres réels tels que  $x_1 < x_2$  et  $f$  une fonction affine définie par  $f(x) = ax + b$ .

$$\begin{aligned} f(x_2) - f(x_1) &= ax_2 + b - (ax_1 + b) \\ f(x_2) - f(x_1) &= ax_2 + b - ax_1 - b \\ f(x_2) - f(x_1) &= a(x_2 - x_1) \end{aligned}$$

et comme  $x_2 - x_1 > 0$  on en déduit que  $f(x_2) - f(x_1)$  est du signe de  $a$

- Si  $a < 0$ ,  $f(x_2) - f(x_1) < 0$ , c'est à dire  $f(x_1) > f(x_2)$  donc  $f$  est strictement décroissante sur  $\mathbb{R}$ .
- Si  $a = 0$ ,  $f(x_2) - f(x_1) = 0$ , c'est à dire  $f(x_1) = f(x_2)$  donc  $f$  est constante sur  $\mathbb{R}$ .
- Si  $a > 0$ ,  $f(x_2) - f(x_1) > 0$ , c'est à dire  $f(x_1) < f(x_2)$  donc  $f$  est strictement croissante sur  $\mathbb{R}$ .