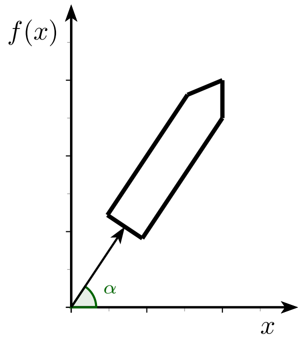
La fusée

La trajectoire de la fusée dépend de deux paramètres : sa vitesse initiale v_0 (en mètres par seconde) et son angle initiale avec le sol α (en degré).



La trajectoire de la fusée dans le repère ci-dessus est alors donnée par la jolie fonction suivante :

$$f(x) = -\frac{g}{2(v_0 cos\alpha)^2}x^2 + \frac{sin\alpha}{cos\alpha}x$$

où g est la pesanteur sur terre (en $m.s^{-2}$) et x est l'abscisse de la fusée (en mètres).

1. Rappeler la valeur de g sur terre.
2. A quoi correspondent $f(x)$? En quelle unité est-elle exprimé ?
3. Sur le lancer vu en vidéo, l'angle α est de 70° et la vitesse initiale de 40 mètres par seconde.
   a. Donner la vitesse initiale de la fusée en kilomètres par heure.
   b. Donner l'expression de f en arrondissant à 10^{-3} les nombres $-\frac{g}{2(v_0 cos\alpha)^2}$ et $\frac{sin\alpha}{cos\alpha}$.
   c. Tracer la trajectoire de cette fusée dans le repère donné en annexe.
   d. Déterminer à quelle distance de son point de départ s'écrasera la fusée.
   e. Pour quelle(s) valeur(s) de x, la fonction $f(x)$ est-elle définie ?
   f. Déterminer la hauteur maximale atteinte par la fusée.
   g. Décrire par des phrases la trajectoire de la fusée.
4. Si on note t le temps en secondes, la fusée se trouve au point $M(t)$ de coordonnées

$$\left(v_0 cos\alpha t; -\frac{g}{2}t^2 + v_0 sin\alpha t\right)$$

   au bout de t secondes de vol.
   a. Donner les coordonnées de M en fonction de t en arrondissant à 10^{-3} les nombres $v_0 cos\alpha$; $-\frac{g}{2}$ et $v_0 sin\alpha$.
   b. Placer les points $M(1)$ et $M(5)$ sur la trajectoire de la fusée.
   c. Déterminer le temps de vol de la fusée.
   d. Déterminer au bout de combien de temps la fusée aura atteint sa hauteur maximale.
5. Supposons que $\alpha = 80°$ et $v_0 = 50$ mètres par seconde. Déterminer à quelle distance de son point de départ s'écrasera la fusée et la hauteur maximale atteinte par la fusée.

Annexe