Corrigé : La fusée

1. La valeur de la gravité sur terre est $g \simeq 9,81\, m.s^{-2}$.
2. $f(x)$ donne l'altitude de la fusée en fonction de son abscisse x en mètres. L'unité est le mètre. En effet :

$$-\frac{g}{2(v_0 cos\alpha)^2}x^2 + \frac{sin\alpha}{cos\alpha}x \to \frac{m.s^{-2}}{(m.s^{-1})^2} \times m^2 + m \to \frac{m.s^{-2}}{m^2.s^{-2}} \times m^2 + m \to m + m \to m$$

3. a. La vitesse initiale est de 40 mètres par seconde donc à l'aide d'un produit en croix, on obtient :

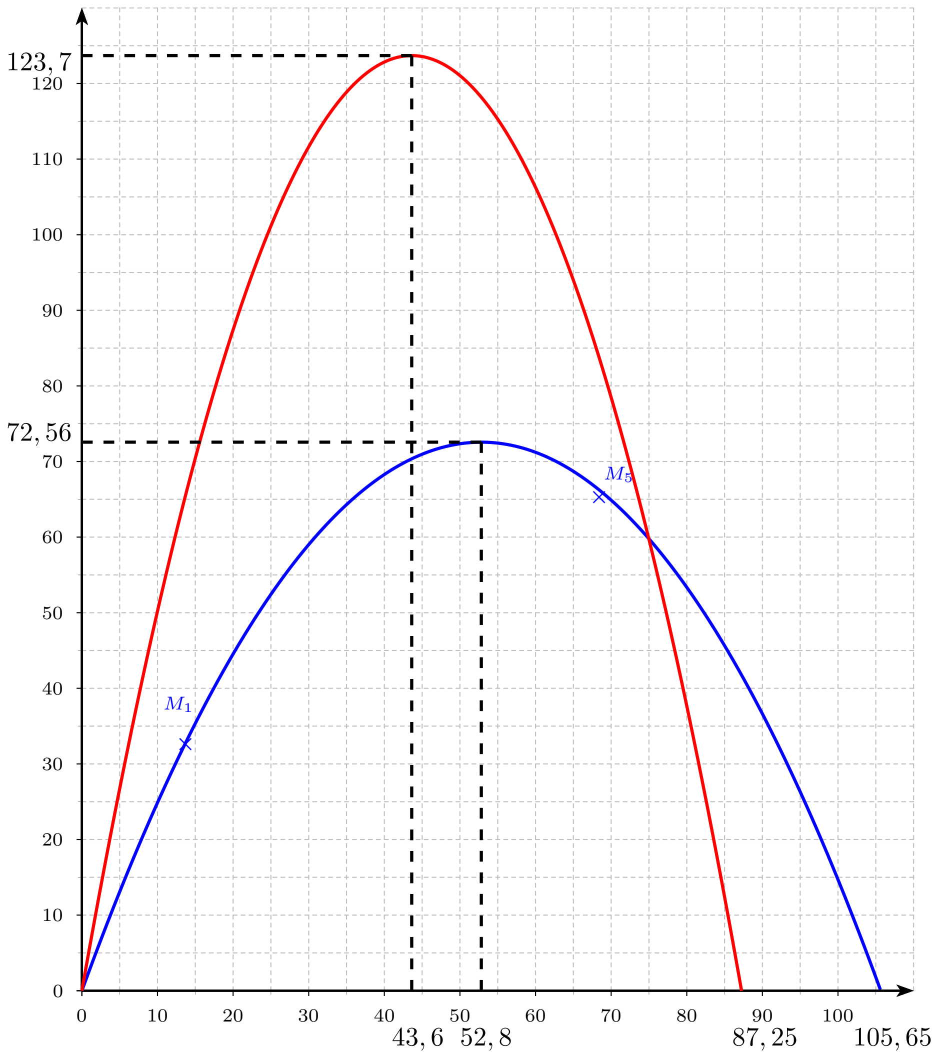
distance (m)	40	144.000
temps (s)	1	3600

La vitesse initiale est donc de 144 kilomètres par heure.

b. A l'aide de la calculatrice (en mode degré !), on obtient $-\frac{g}{2(v_0 cos\alpha)^2} \simeq -0,026$; $\frac{sin\alpha}{cos\alpha} \simeq 2,747$ donc

$$f(x) = -0,026x^2 + 2,747x$$

c. Trajectoires :



d. Pour déterminer à quelle distance de son point de départ s'écrasera la fusée, on cherche à résoudre l'équation $f(x) = 0$:

$$\begin{aligned} f(x) = 0 &\iff -0,026x^2 + 2,747x = 0 \\ &\iff x(-0,026x + 2,747) = 0 \end{aligned}$$

On obtient donc deux solutions : 0 et $\frac{2,747}{0,026} \simeq 105,65$. On en déduit que la fusée s'écrasera à 105,65 mètres de son point de départ.

e. On en déduit que f est définie pour $x \in [0; 105,65]$ (sauf si la fusée est capable de rentrer sous terre sans être freiner !)

f. Graphiquement, on observe que la hauteur maximale atteinte par la fusée est d'environ $72,56$ mètres pour $x \simeq 52,8$ mètres. Cela semble correspondre à un symétrie dans la courbe de f :

$$\frac{0+105,65}{2} \simeq 52,8$$

g. La fusée monte pour $x \in [0;52,8]$ puis descend pour $x \in [52,8;105,65]$.

4. a. $v_0 cos\alpha \simeq 13,681$; $-\frac{g}{2} \simeq -4,905$ et $v_0 sin\alpha \simeq 37,588$ donc $M(t)$ a pour coordonnées $\left(13,681t;-4,905t^2+37,588t\right)$.

b. $M(1)$ a pour coordonnées $\left(13,681\times 1;-4,905\times 1^2+37,588\times 1\right)$ soit $(13,681;32,683)$
$M(5)$ a pour coordonnées $\left(13,681\times 5;-4,905\times 5^2+37,588\times 5\right)$ soit $(68,405;65,315)$

c. La fusée s'écrasera lorsque l'abscisse de $M(t)$ sera égale $105,65$ mètres. On obtient l'équation $13,681t = 105,65$ qui admet $t \simeq 7,7$ secondes pour solution.
La fusée s'écrasera donc au bout d'environ $7,7$ secondes de vol.

d. La fusée atteindra sa hauteur maximale lorsque l'abscisse de $M(t)$ sera égale $52,8$ mètres. On obtient l'équation $13,681t = 52,8$ qui admet $t \simeq 3,8$ secondes pour solution.
La fusée atteindra donc sa hauteur maximale au bout d'environ $3,8$ secondes de vol.

5. En utilisant la fonction $f(x) = -0,065x^2 + 5,671x$ obtenue à partir de $\alpha = 80°$ et $v_0 = 50$ mètres par seconde et en réitérant les raisonnements utilisés aux questions 3d et 3f, on obtient que :

- la fusée s'écrasera à $87,25$ mètres de son point de départ :

$$\begin{aligned} f(x)=0 &\iff -0,065x^2+5,671x=0 \\ &\iff x(-0,065x+5,671)=0 \\ &\iff x\in\{0;87,25\} \end{aligned}$$

- la hauteur maximale atteinte par la fusée est d'environ $123,7$ mètres pour $x \simeq 43,6$ mètres.

$$\frac{0+87,25}{2} \simeq 43,6 \quad \texttt{et} \quad f(43,6) \simeq 123,7$$