

Introduction



Sommaire

I) But et règles du jeu

II) Une seule ligne

A) Cas simple

B) Cas complexe

III) Plusieurs lignes

A) Définition

B) n_1 , n_2 et n_3 sont pairs

C) n_1 , n_2 et n_3 sont impairs

D) un des n_i est impair

E) deux des n_i sont impairs

IV) Conclusion

I) But et règles du jeu

But du jeu :

Le jeu des allumettes se joue à deux. Le joueur qui a gagné est celui qui prend la dernière allumette du jeu.

Règles du jeu :

Les joueurs ont devant eux une ou plusieurs lignes d'un nombre quelconque d'allumettes et jouent tour à tour. Ils ont la possibilité de prendre une, deux, ou trois allumettes par tour. Ils ne peuvent jouer que dans une ligne d'allumettes à chaque tour, mais peuvent changer de ligne d'un tour sur l'autre.

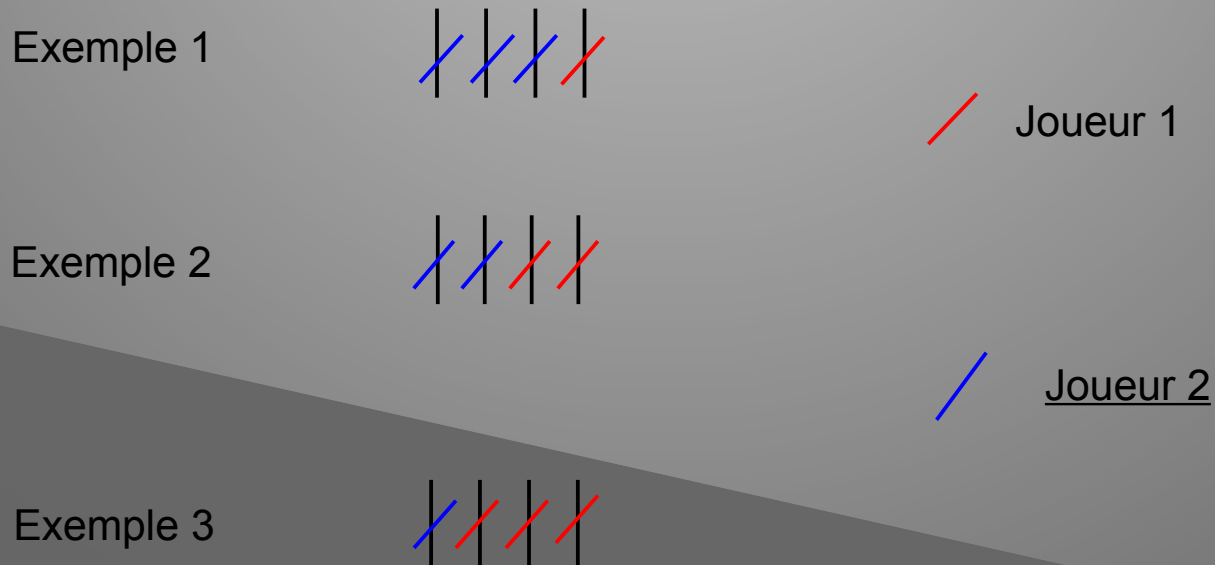
II) Une seule ligne

A) Cas simple

On dit que le cas est simple lorsque le nombre d'allumettes dans la ligne est un multiple de quatre.

Si on est le joueur 1 et qu'on est dans cette situation on a perdu si le joueur 2 adopte la stratégie suivante :

En un tour :



II) Une seule ligne

B) Cas complexe

On a un cas complexe si le nombre de bâtonnets dans la ligne n'est pas un multiple de quatre

Si on est le joueur 1 et qu'on est dans cette situation, on est sur de gagner si on adopte la stratégie suivante :

Exemple 1 : 

Exemple 2 :   Joueur 1

Exemple 3 :   Joueur 2

III) Plusieurs lignes

A) Définition

$-n_1$ est le nombre de lignes comprenant une allumette en plus des groupes de quatre ;

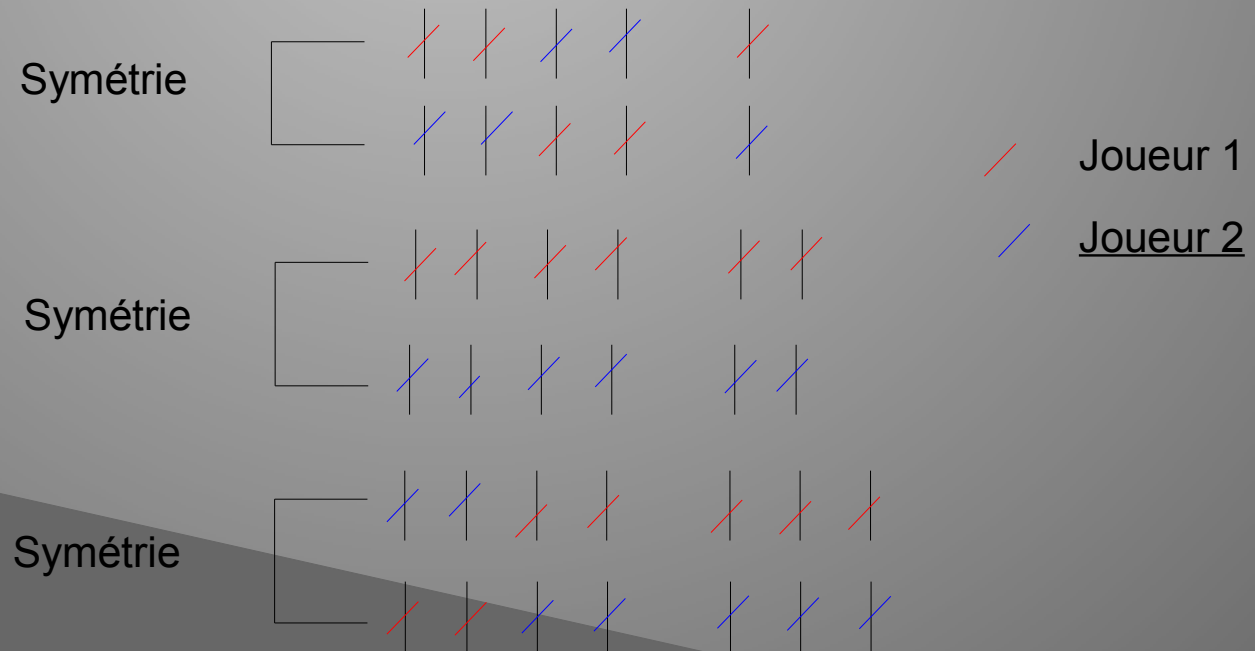
$-n_2$ est le nombre de lignes comprenant deux allumette en plus des groupes de quatre ;

$-n_3$ est le nombre de lignes comprenant trois allumette en plus des groupes de quatre.

III) Plusieurs lignes

B) Dans le cas où n_1 , n_2 et n_3 sont pairs

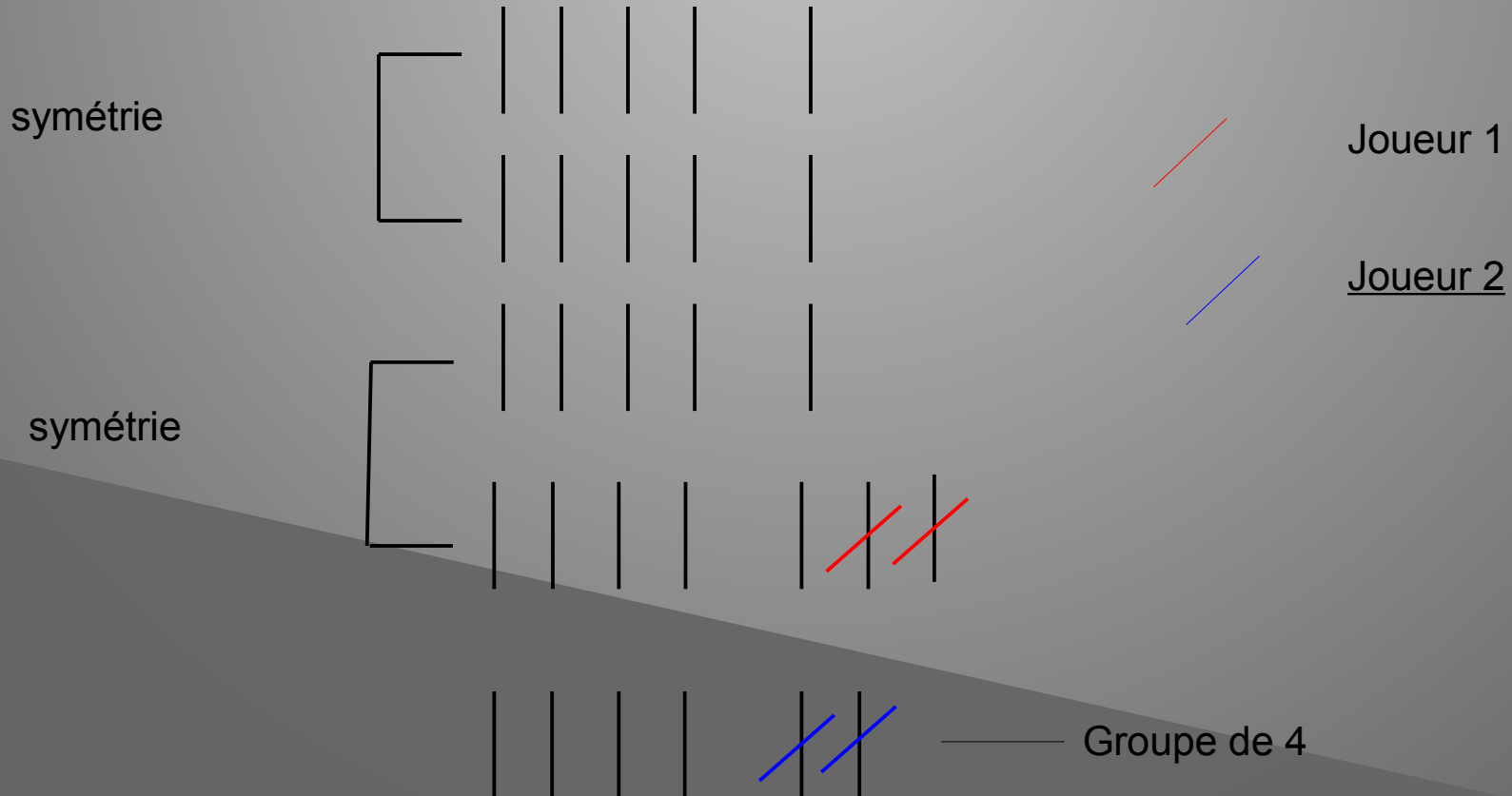
Si on est le joueur 1 et qu'on est dans cette situation on a perdu si le joueur 2 adopte la stratégie suivante :



III) Plusieurs lignes

C) Dans le cas où n_1 , n_2 et n_3 sont impairs

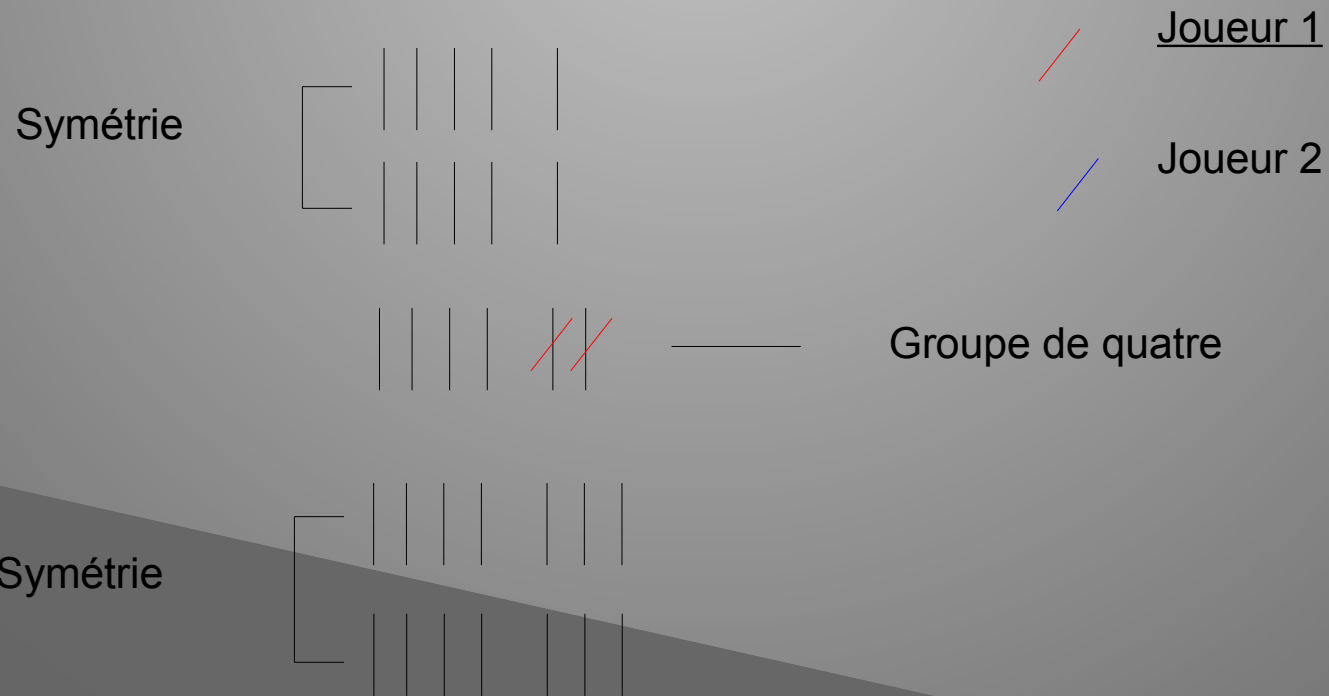
Si on est le joueur 1 et qu'on est dans cette situation on a perdu si le joueur 2 adopte la stratégie suivante :



III) Plusieurs lignes

D) Dans le cas où un des n_i est impair

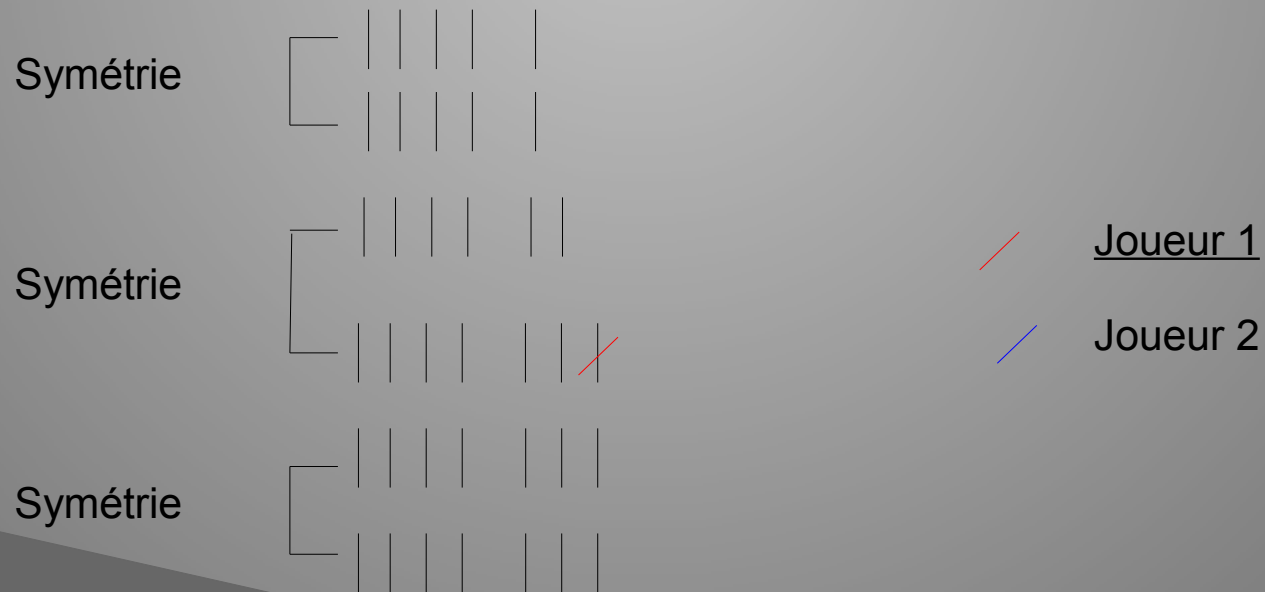
Si on est le joueur 1 et qu'on est dans cette situation, on est sur de gagner si on adopte la stratégie suivante :



III) Plusieurs lignes

E) Dans le cas où deux des n_i sont impairs

Si on est le joueur 1 et qu'on est dans cette situation, on est sur de gagner si on adopte la stratégie suivante :



IV) Conclusion

Nous sommes donc parvenu à trouver l'ensemble des solutions lorsque les joueurs peuvent prendre une, deux ou trois allumettes.

Nous nous sommes donc ensuite demandé si nos solutions étaient également valables pour une variante des règles consistant à pouvoir prendre plus de trois allumettes par tour.

Nous avons ainsi pu constater que les cas simples fonctionnent, seulement le nombre d'allumettes par paquets varie selon le nombre maximal d'allumettes que l'on peut prendre. Par exemple, si on peut prendre jusqu'à six allumettes, on devra faire des paquets de sept, selon le même principe que les paquets de quatre expliqué ici. Les cas simples seront donc, si on peut prendre jusqu'à six allumettes, lorsque le nombre d'allumettes est un multiple de sept.

Nous avons ensuite constaté que le principe de la symétrie marche exactement de la même façon, quel que soit le nombre d'allumettes que l'on soit autorisé à prendre.