Du triangle au carré en passant par le rectangle

On trace un triangle quelconque ABC. On se demande dans un premier temps comment découper ce triangle pour obtenir un rectangle de même aire puis dans un deuxième temps comment découper ce rectangle pour obtenir un carré de même aire.

1. Tracer un triangle quelconque ABC.
2. Placer I et J les milieux respectifs de $[AB]$ et $[AC]$.
3. Tracer la hauteur issue de A dans le triangle AIJ. Cette hauteur coupe la droite (IJ) en H.
4. Tracer le symétrique du triangle AIH par la symétrie centrale de centre I puis le symétrique du triangle AJH par la symétrie centrale de centre J.
   On nomme H' le symétrique du point H par la symétrie centrale de centre I et H'' le symétrique du point H par la symétrie centrale de centre J.
5. Expliquer pourquoi $BCH''H'$ est un rectangle de même aire que le triangle ABC.
6. Tracer le cercle de centre C et de rayon CH'', il coupe la demi-droite $[BC)$ en D.
7. Placer le milieu K du segment $[BD]$ puis le cercle de centre K et de rayon KD.
8. Tracer la demi-droite $[CH'')$, elle coupe le cercle de centre K et de rayon KD en E.
9. Tracer le cercle de centre C et de rayon CE, il coupe la demi-droite $[CB)$ en F.
10. Construire le carré $ECFG$.
11. Expliquer pourquoi $ECFG$ est un carré de même aire que le rectangle $BCH''H'$.
12. On va maintenant réaliser un Tangram de plusieurs pièces qui permet d'obtenir le carré, le rectangle et le triangle de même aire. Pour cela on nomme T le point d'intersection de $[BD]$ et $[H'H'']$ et on découpe le rectangle $BCH''H'$. Ensuite on découpe ce rectangle selon les segments $[BT]$, $[BI]$, $[FG]$ et $[BJ]$ et le tour est joué !