BACCALAURÉAT BLANC TECHNOLOGIQUE

Janvier 2011

Épreuve de MATHÉMATIQUES

Série

ECONOMIQUES et SOCIALES

Durée de l'épreuve : 3 heures

L'usage de la calculatrice est autorisé.

Le sujet comporte 5 pages

Chaque élève doit faire quatre exercices

Les élèves qui ont choisi Math en spécialité doivent faire les exercices n°1, 2, 3 et 5

Les élèves qui n'ont pas choisi Math en spécialité doivent faire les exercices n°1, 2, 3 et 4.

EXERCICE 1

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples
Aucune justification n'est demandée
Pour chacune des questions, quatre réponses sont proposées
Chaque réponse exacte rapporte 1 point. Une réponse fausse enlève 0,5 point. L'absence de réponse n'enlève aucun point.
Pour chacune des réponses, indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse exacte.

1. Une primitive de la fonction f sur $\mathbb{R}$ qui à x associe $f(x) = \dfrac{4x-6}{(x^2-3x+8)^2}$ est

a. $F(x) = \dfrac{2}{x^2-3x+8}$ b. $F(x) = \dfrac{-2}{x^2-3x+8}$ c. $F(x) = \dfrac{2}{(x^2-3x+8)^3}$ d. $F(x) = \dfrac{1}{x^2-3x+8}$

2. On a : $I = \displaystyle\int_0^6 (t^2-2t+3)\,dt$

a. $I = 27$ b. $I = 18$ c. $I = 54$ d. $I = 198$

3. Déterminer $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{-7x^2+6x-4}{x-x^3}$

a. -7 b. $+\infty$ c. 0 d. $-\infty$

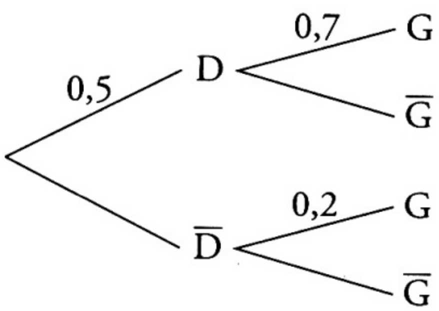
4. Soit f la fonction définie par $f : x \longmapsto \displaystyle\int_{-1}^{x} \frac{t}{\sqrt{t^2+1}}\,dt$

a. $f(x) = \sqrt{x^2+1} - \sqrt{2}$ b. $f(x) = \sqrt{x^2+1}$ c. $f(x) = \dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ d. $f(x) = \sqrt{x^2+1} + 2$

EXERCICE 2

Une salle de jeu comporte deux consoles identiques proposant le même jeu.
Un jour, l'une des deux est déréglée.
Les joueurs ne peuvent pas savoir laquelle des deux est déréglée.

1. Ce jour-là, un joueur choisit au hasard l'une des deux consoles et il joue une partie sur cette console.
   On note :
   D l'événement « le joueur choisit la console déréglée » et $\overline{D}$ l'événement contraire ;
   G l'événement « le joueur gagne la partie » et $\overline{G}$ l'événement contraire.
   Cette situation aléatoire est modélisée par l'arbre incomplet suivant, dans lequel figurent certaines probabilités.



Ainsi, 0,7 est la probabilité que le joueur gagne sachant qu'il a choisi une console déréglée.

a. Reproduire cet arbre sur la copie et le compléter.

b. Calculer la probabilité de l'événement « le joueur choisit la console déréglée et il gagne ».

c. Calculer la probabilité de l'événement « le joueur choisit la console non déréglée et il gagne ».

d. Montrer que la probabilité que le joueur gagne est égale à 0,45.

e. Calculer la probabilité que le joueur ait choisit la console déréglée sachant qu'il a gagné.

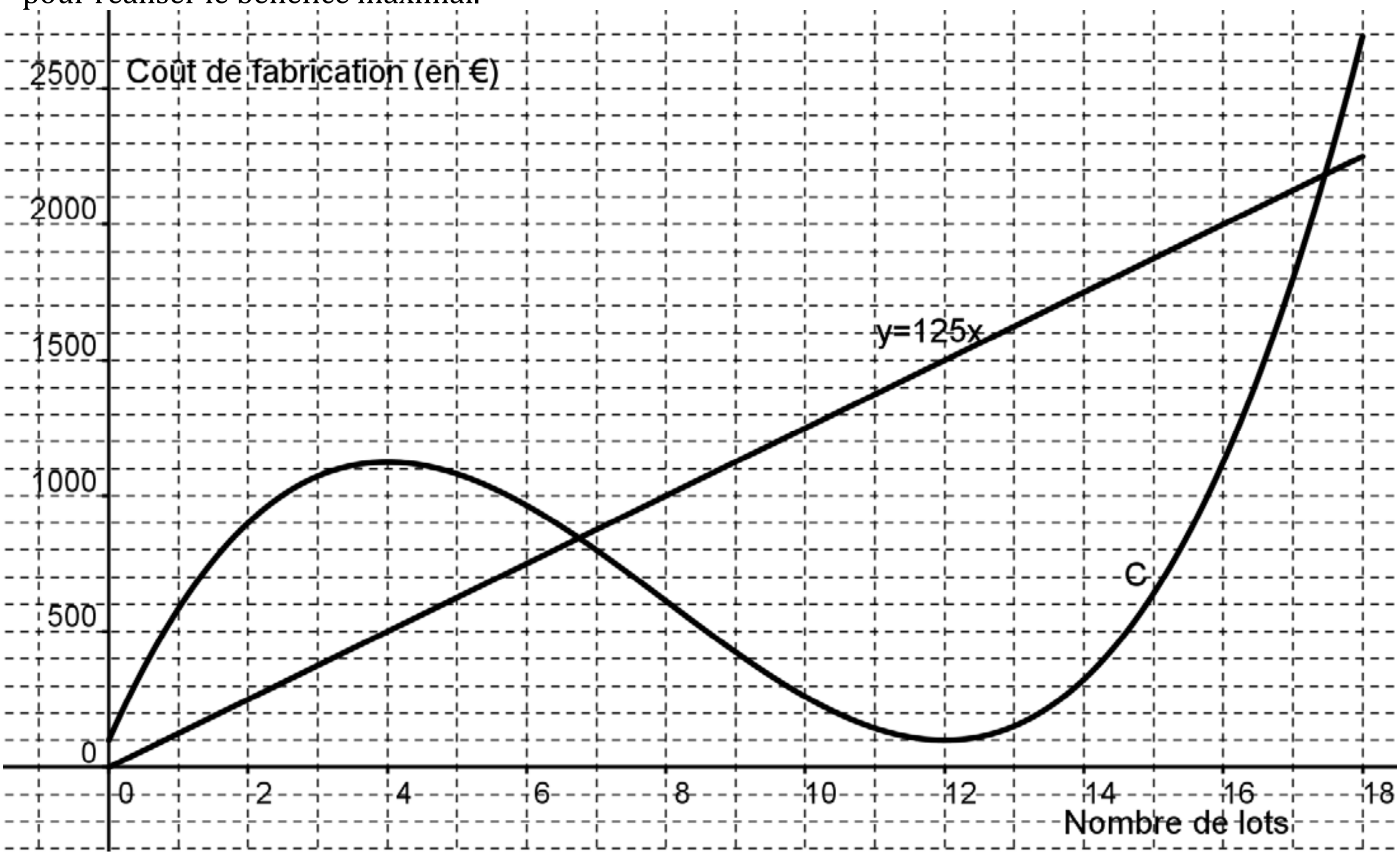
2. Trois fois successivement et de façon indépendante, un joueur choisit au hasard l'une des deux consoles et joue une partie.
Calculer la probabilité de l'événement « le joueur gagne exactement deux fois ». Le résultat sera donné sous forme décimale arrondie au millième.

EXERCICE 3

Partie A

Dans cette partie on fait une étude graphique.
Une entreprise fabrique des jouets qu'elle vend par lots. On admet que le coût de fabrication en euros d'un nombre x de lots, x appartenant à l'intervalle [0;18], est donné par la fonction dont la courbe $\mathcal{C}$ est jointe. Chaque lot est vendu 125€.
La recette est donc donnée par $R(x) = 125x$.
La droite $\mathcal{D}$ représentant R est dessinée dans le même repère que $\mathcal{C}$ (voir graphique ci-après).

1. L'entreprise ne vend que des nombres entiers de lots. Déterminer graphiquement les valeurs du nombre x de lots pour lesquelles l'entreprise réalise un bénéfice. Justifier la réponse.
2. a. On appelle M le point d'abscisse 8 qui est sur $\mathcal{C}$. Donner une valeur approchée de son ordonnée.
   b. On appelle N le point d'abscisse 8 qui est sur D. Calculer son ordonnée.
   c. Mesurer sur le graphique la longueur MN. Que représente-t-elle ?
3. En s'inspirant de la méthode graphique qui précède, donner en le justifiant, le nombre de lots à vendre pour réaliser le bénéfice maximal.



Partie B

L'entreprise désire faire une étude plus précise de son bénéfice. On étudie la fonction f définie sur l'intervalle [0;18] par :

$$f(x) = 4x^3 - 96x^2 + 576x + 100.$$

1. Calculer $f'(x)$ où f' désigne la fonction dérivée de la fonction f.

2. Vérifier, en développant et en détaillant les calculs, que pour tout x de [0;18]:

$$f'(x) = 12(x - 4)(x - 12).$$

3. Etudier le signe de $f'(x)$ pour $x \in [0; 18]$.

4. Etablir le tableau de variation de la fonction f sur [0;18].

La fonction f a pour représentation graphique la courbe $\mathcal{C}$.

5. Recopier et compléter le tableau :

x	12	13	14
$R(x) - f(x)$			

6. a. Que représente la différence $R(x) - f(x)$?

b. Les résultats obtenus dans le tableau de la question 5. sont-ils conformes à ce qui a été constaté graphiquement à la question 4. de la Partie A ?

EXERCICE 4 (pour ceux qui n'ont pas l'option math)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 3x + 3$

et $\mathcal{C}_f$ sa représentation graphique dans un repère.

1. a. Montrer que $f'(x) = (x - 1)(x + 3)$.

   b. En déduire les variations de la fonction f.

2. a. Montrer qu'il existe un unique réel $\alpha, \alpha \in \mathbb{R}$ tel que $f(\alpha) = 0$.

   b. En déduire le signe de la fonction f.

3. Soit F l'unique primitive de f sur $\mathbb{R}$ tel que $F(1) = 2$.

   a. Etudier les variations de F.

   b. Déterminer les réels $a, b, c, d\ et\ e$ tels que pour tout $x, F(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$.

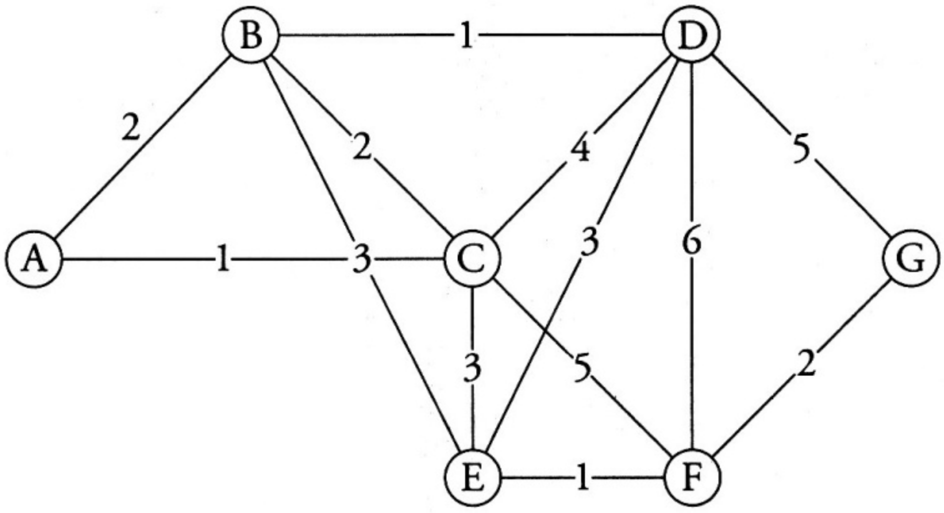
   c. Calculer $I = \int_1^5 f(t)dt$.

EXERCICE 5 (Pour ceux qui ont l'option math)

Le graphe ci-dessous représente le plan d'une ville.

Le sommet A désigne l'emplacement des services techniques.

Les sommets B, C, D, E, F et G désignent les emplacements de jardins publics. Une arête représente l'avenue reliant deux emplacements et est pondérée par le nombre de feux tricolores situés sur le trajet.



Les parties A et B sont indépendantes.

Partie A

On s'intéresse au graphe non pondéré.

1. Répondre sans justification aux quatre questions suivantes :

    a. Ce graphe est-il connexe ?

    b. Ce graphe est-il complet ?

    c. Ce graphe admet-il une chaîne eulérienne ?

    d. Ce graphe admet-il un cycle eulérien ?

2. Déterminer, en justifiant, le nombre chromatique de ce graphe.

Partie B

On s'intéresse au graphe pondéré.

Proposer un trajet comportant un minimum de feux tricolores reliant A à G.

La réponse sera justifiée par un algorithme.