Annales du baccalauréat 2009

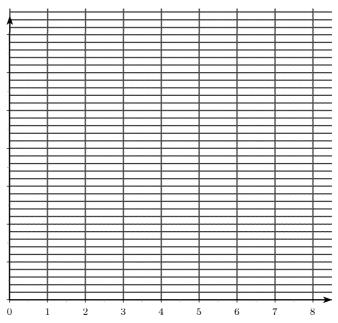
EXERCICE 1: ANTILLES-GUYANE SEPTEMBRE 2009

D'après l'INSEE, l'indice du chiffre d'affaires du secteur du Bâtiment gros œuvre (base 100 en 2000) a évolué entre 2000 et 2007 de la manière suivante :

| année | 2000 | 2001 | 2002 | 2003 | 2004 | 2005 | 2006 | 2007 |
|---------------------------------------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Rang de l'année | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| $x_i, \ 0 \leqslant i \leqslant 7$ | | | | | | | | |
| Indice $y_i, 0 \leqslant i \leqslant$ | 100 | 105,6 | 106,9 | 110,8 | 121,3 | 132,5 | 145,5 | 161,8 |
| 7 | | | | | | | | |

Partie 1: Un ajustement affine est-il possible?

1. Dans le repère orthogonal ci-dessous, représenter le nuage de points $(x_i; y_i)$ pour $0 \le i \le 7$



2. Expliquer pourquoi un ajustement affine de ce nuage de points ne parait pas approprié.

Partie 2: On essaie un autre ajustement

1. Recopier et compléter le tableau ci-dessous ; on donnera les résultats à 10^{-2}

| $x_i, \ 0 \leqslant i \leqslant 7$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|------------------------------------|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $z_i = \ln y_i, 0 \leqslant$ | | | | | | | | |
| $i \leqslant 7$ | | | | | | | | |

- 2. a. À l'aide de la calculatrice, donner une équation de la droite d'ajustement de z en x obtenue par la méthode des moindres carrés : les coefficients seront arrondis au centième.
 - b. En déduire une expression de y en fonction de x sous la forme $y = A \times e^{Bx}$ où A et B sont des réels.
 - c. Dans le repère précédent, représenter la fonction f définie par $f(x) = 95, 6 \times e^{0.07x}$.
 - d. À l'aide de ce modèle, donner une estimation de l'indice du chiffre d'affaires du secteur du Bâtiment gros œuvre pour l'année 2009.

Partie 3: Ce nouvel ajustement permet-il de prévoir l'avenir?

« Baisse des permis de construire et donc des mises en chantier, stocks de logements neufs trop importants, hausse des taux d'intérêts, des coûts des matériaux et de la main d'œuvre ... À en croire le numéro 1 de l'assurance crédit en France, qui publiait jeudi son étude intitulée « Immobilier, construction : à quand la sortie de crise ? », le BTP français donne des signes de faiblesse. Et doit s'attendre selon l'assureur, tout d'abord à une dégradation de sa rentabilité. »

À la lecture de cette analyse faite en avril 2008, peut-on utiliser le modèle exponentiel de la partie 2 pour pronostiquer le chiffre d'affaires du secteur bâtiment gros œuvre en 2009?

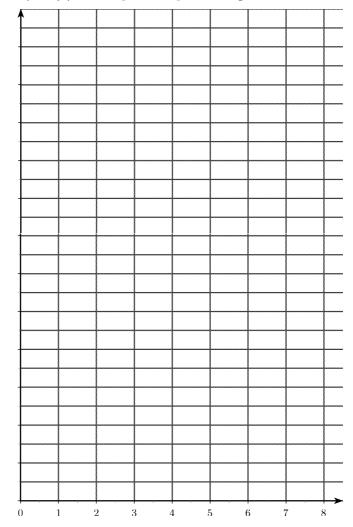
EXERCICE 2: FRANCE JUIN 2009

Le tableau ci-dessous donne l'évolution de l'indice des prix de vente des appartements anciens à Paris au quatrième trimestre des années 2000 à 2007.

| Année | 2000 | 2001 | 2002 | 2003 | 2004 | 2005 | 2006 | 2007 |
|-------------------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|
| Rang de l'année : | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| x_i | | | | | | | | |
| Indice: y_i | 100 | 108,5 | 120,7 | 134,9 | 154,8 | 176,4 | 193,5 | 213 ,6 |

Source: INSEE

- 1. Calculer le pourcentage d'augmentation de cet indice de l'année 2000 à l'année 2007.
- 2. Construire le nuage de points $M_i(x_i; y_i)$ dans le plan le repère orthogonal ci-dessous :



- 3. Déterminer les coordonnées du point moyen G de ce nuage. Placer le point G dans le plan (P).
- 4. L'allure de ce nuage permet de penser qu'un ajustement affine est adapté.
 - a. À l'aide de la calculatrice, déterminer une équation de la droite (d) d'ajustement de y en x, obtenue par la méthode des moindres carrés. Les coefficients seront arrondis au centième.
 - b. Tracer la droite (d) dans le plan (P).
- 5. En supposant que cet ajustement affine reste valable pour les deux années suivantes, estimer l'indice du prix de vente des appartements anciens de Paris au quatrième trimestre 2009. Justifier la réponse.

EXERCICE 3: FRANCE JUIN 2010

Pour i nombre entier variant de 0 à 8, on définit le tableau suivant qui donne les valeurs du SMIC horaire brut, exprimé en euros, de 2001 à 2009 (source INSEE).

On se propose d'en étudier l'évolution :

| Année | 2001 | 2002 | 2003 | 2004 | 2005 | 2006 | 2007 | 2008 | 2009 |
|-------------------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| Rang de l'année : x | i 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| SMIC horaire brut (en euros), y_i | 6,67 | 6,83 | 7,19 | 7,61 | 8,03 | 8,27 | 8,44 | 8,71 | 8,82 |

Dans tout l'exercice les pourcentages seront arrondis à 0,01 % et les valeurs du SMIC horaire brut au centime d'euro.

Partie A: Observation des données

- 1. Pour i entier variant de 0 à 8, représenter le nuage de points $M_i(x_i; y_i)$ dans le plan muni d'un repère orthogonal défini de la façon suivante :
 - sur l'axe des abscisses, on placera 0 à l'origine et on choisira 1 cm pour 1 année.
 - on graduera l'axe des ordonnées en commençant à 6 et on choisira 5 cm pour 1 euro.
- 2. Calculer le pourcentage d'augmentation de la valeur du SMIC horaire brut entre 2001 et 2009,
- 3. Démontrer qu'une valeur approchée du pourcentage annuel moyen d'augmentation de la valeur du SMIC horaire brut entre 2001 et 2005 est 4,75 %.

On observe sur le graphique un changement de tendance à partir de 2005 : le pourcentage annuel moyen d'augmentation de la valeur du SMIC horaire brut est alors de 2,4 % environ.

En supposant que cette nouvelle tendance se poursuive, on désire estimer la valeur du SMIC horaire brut en 2012. Dans la suite de l'exercice, on ne s'intéresse qu'au sous-nuage constitué des cinq derniers points M_4 , M_5 , M_6 , M_7 et M_8 du nuage précédent.

Partie B: Modélisation de la série statistique $(x_i; y_i)_{4 \le i \le 8}$ par un ajustement exponentiel

En observant le pour centage annuel moyen d'augmentation de la valeur du SMIC horaire brut entre 2005 et 2009, on estime à $8,03 \times 1,024^n$ la valeur, exprimée en euros, du SMIC horaire brut pour l'année $2005 + n, \ n$ désignant un entier naturel. On considère que ce nouveau modèle reste valable jusqu'à l'année 2016.

- 1. Calculer une estimation de la valeur du SMIC horaire brut en 2012.
- 2. À partir de quelle année la valeur du SMIC horaire brut dépassera-t-elle 10 euros?