

Fonctions composées

Exercice 1 :

Soit :

- f la fonction définie sur $D_f = \mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 + 3x + 5$;
 - g la fonction définie sur $D_g = [0; +\infty[$ par $g(x) = \sqrt{x}$.
1. a. Déterminer l'image de 1 par la fonction f puis l'image de $f(1)$ par la fonction g .
 b. Déterminer l'image de 1 par la fonction g puis l'image de $g(1)$ par la fonction f .
 c. Que peut-on remarquer ?
 2. a. Expliquer pourquoi pour tout $x \in D_f$, $f(x) \in D_g$.
 b. Déterminer l'image du nombre $f(x)$ par la fonction g .

On définit ainsi une nouvelle fonction h définie par $h(x) = g[f(x)]$ que l'on note $g \circ f$.

Exercice 2 :

Exprimer dans chaque cas $(g \circ f)(x)$ et $(f \circ g)(x)$:

a. $f(x) = x^2$ et $g(x) = x + 5$	c. $f(x) = 2x + 7$ et $g(x) = -3x + 5$
b. $f(x) = 2 + 5x + 4x^2$ et $g(x) = \sqrt{x}$	d. $f(x) = x^3$ et $g(x) = -4x + 2$

Exercice 3 :

Déterminer dans chaque cas le domaine de définition de g , de f , de $g \circ f$ et exprimer $(g \circ f)(x)$:

- a. $f(x) = 3x^2 + 1$ et $g(x) = \frac{1}{x}$
- b. $f(x) = x + 6$ et $g(x) = \sqrt{x}$

Exercice 4 :

Déterminer dans chaque cas les fonctions g et h tels que $f = g \circ h$:

a. $f(x) = \frac{1}{x-7}$	c. $f(x) = \frac{3}{x^2} - \frac{2}{x} + 4$
b. $f(x) = (-7x + x^2)^3$	d. $f(x) = 7\sqrt{x} - 4$

Exercice 5 :

Déterminer la fonction dérivée de la fonction f tout en précisant le domaine de dérivabilité de la fonction f :

a. $f(x) = \sqrt{x^2 + x + 1}$	c. $f(x) = \frac{1}{x^5 + 1}$
b. $f(x) = (4x^2 - 5x + 2)^4$	d. $f(x) = \left(\frac{2x-1}{5-3x}\right)^3$