

Primitives usuelles

A) Fonctions usuelles

1. a. Déterminer la dérivée de la fonction $g : x \mapsto kx$
 b. En déduire les primitives de la fonction $f : x \mapsto k$
2. a. Déterminer la dérivée de la fonction $g : x \mapsto \frac{x^2}{2}$
 b. En déduire les primitives de la fonction $f : x \mapsto x$
3. a. Déterminer la dérivée de la fonction $g : x \mapsto -\frac{1}{x}$
 b. En déduire les primitives de la fonction $f : x \mapsto \frac{1}{x^2}$
4. a. Déterminer la dérivée de la fonction $g : x \mapsto \frac{x^{n+1}}{n+1}$ pour $n \in \mathbb{N} \setminus \{-1\}$
 b. En déduire les primitives de la fonction $f : x \mapsto x^n$

B) Primitives de $f + g$ et de kf avec k réel

F et G sont des primitives respectives des fonctions f et g sur I et k est un nombre réel.

1. Déterminer les primitives de la fonction $f + g$
2. Déterminer les primitives de la fonction $k \cdot f$

C) Primitives des fonctions polynômes

1. a. Déterminer une primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction $f_1(x) = 3x^3$
 b. Déterminer une primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction $f_2(x) = -5x^2$
 c. Déterminer une primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction $f_3(x) = 6$
 d. En déduire une primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction $f(x) = 3x^3 - 5x^2 + 6$
2. Déterminer une primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction $g(x) = \frac{3x^5}{4} - 6x^3 + x^2$
3. Déterminer une primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction $h(x) = x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$
4. Soit u une fonction dérivable sur I .
 a. Déterminer la fonction dérivée de $m : x \mapsto \frac{u^{n+1}}{n+1}$ pour $n \in \mathbb{N}$
 b. En déduire les primitives de la fonction $p : x \mapsto u' \cdot u^n$ pour $n \in \mathbb{N}$
 c. Déterminer une primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction $k(x) = 2(6x - 3)^3$

D) Primitives des fonctions rationnelles

1. a. Déterminer une primitive sur $]0; +\infty[$ de la fonction $f_1(x) = \frac{1}{x^3}$
 b. Déterminer une primitive sur $]0; +\infty[$ de la fonction $f_2(x) = \frac{4}{x^5}$
 c. En déduire une primitive sur $]0; +\infty[$ de la fonction $f(x) = \frac{1}{x^3} + \frac{4}{x^5}$
2. Déterminer une primitive sur $] - \infty; 0[$ de la fonction $g(x) = \frac{7}{3x^2} - 5x^{-3}$
3. Soit u une fonction dérivable sur I tel que $u(x) \neq 0$ pour tout réel $x \in I$
 a. Déterminer la fonction dérivée de $m : x \mapsto \frac{u^{n+1}}{n+1}$ pour $n \leq -2$
 b. En déduire les primitives de la fonction $p : x \mapsto u' \cdot u^n$ pour $n \leq -2$
 c. Déterminer une primitive sur $\left] \frac{9}{2}; +\infty \right[$ de la fonction $k(x) = \frac{8}{(2x - 9)^2}$

E) Primitives et racines carrées

1. a. Déterminer la dérivée de la fonction $g : x \mapsto \sqrt{x}$
b. En déduire les primitives de la fonction $f : x \mapsto \frac{1}{\sqrt{x}}$
2. Soit u une fonction dérivable sur I tel que $u(x) > 0$ pour tout réel $x \in I$.
 - a. Déterminer la fonction dérivée de $m : x \mapsto 2\sqrt{u}$
 - b. En déduire les primitives de la fonction $p : x \mapsto \frac{u'}{\sqrt{u}}$
 - c. Déterminer une primitive sur $\left] \frac{3}{4}; +\infty \right[$ de la fonction $k(x) = \frac{2}{\sqrt{4x-3}}$