

Propriétés de la fonction exponentielle

A) Observation

Dans cette première partie de l'activité, nous allons découvrir plusieurs propriétés de la fonction exponentielle à l'aide d'une observation graphique.

1. A l'aide du logiciel Geogebra, tracer la courbe représentative de la fonction $f(x) = \exp(x)$.
2. Créer deux curseurs a et b tels que $a \in [-5; 5]$ et $b \in [-5; 5]$.
3. Placer $A(a, f(a))$, $B(b, f(b))$ et $M(a + b, f(a) \times f(b))$.
4. Que remarque t'on ? Que peut-on en déduire ?
5. Placer $N(-a, 1/f(a))$.
6. Que remarque t'on ? Que peut-on en déduire ?
7. Placer $P(a - b, f(a)/f(b))$.
8. Que remarque t'on ? Que peut-on en déduire ?

B) Démonstration

Dans cette deuxième partie de l'activité, nous allons démontrer les propriétés observées précédemment.

1. a. Montrer que pour tous réels a et b ,

$$\ln(e^{a+b}) = \ln(e^a \times e^b)$$

- b. Conclure.

2. a. Montrer que pour tout réel a ,

$$(e^a)^3 = e^{3a}$$

- b. En déduire que pour tout réel a et pour tout entier p ,

$$(e^a)^p = e^{pa}$$

3. Montrer que pour tout réel a ,

$$e^{-a} = \frac{1}{e^a}$$

4. Montrer que pour tous réels a et b ,

$$e^{a-b} = \frac{e^a}{e^b}$$