

CORRIGÉ DEVOIR BILAN 1

Exercice 1: 4 points

1. d. $f(x) = x^2 - x - 1$
2. d. continue sur $[-2; 1]$.
3. c. $h(x) = x - 1$
4. d. $x \mapsto |x - 3|$

Exercice 2:

4 points

- a. f est dérivable sur $\mathbb{R}$ comme fonction polynôme et :

$$f'(x) = 6 \times 3x^2 - 2 \times x + 0 = 18x^2 - 2$$

- b. g est dérivable sur $\mathbb{R} - \left\{\frac{5}{4}\right\}$ comme fonction rationnelle dont le dénominateur s'annule en $\frac{5}{4}$ et en posant $v(x) = 4x - 5$, on a :

$$g'(x) = \frac{-v'}{v^2} = \frac{-4}{(4x-5)^2}$$

- c. $\frac{1}{x}$ est dérivable sur $\mathbb{R}^*$ et $\sqrt{x}$ est dérivable sur $]0; +\infty[$ donc h est dérivable sur $]0; +\infty[$ et $h'(x) = \frac{-1}{x^2} + \frac{1}{2\sqrt{x}}$

Exercice 3:

5 points

1. La fonction f n'est pas continue sur l'intervalle $[0; 5]$.

2. a. f est continue et strictement croissante sur $[0; 3]$, de plus :

$$f(0) = -3 \text{ et } f(3) = 1,5 \text{ donc } 0 \in [f(0); f(3)]$$

donc d'après le théorème de la valeur intermédiaire, il existe un unique réel α , $\alpha \in [0; 3]$ tel que $f(\alpha) = 0$.

- b. $\alpha \simeq 1,2$

3. a. $\alpha \simeq 1,27$

- b. $-\frac{x^2}{2} + 3x - 3$ est un polynôme du second degré et $\Delta = 3$ donc $-\frac{x^2}{2} + 3x - 3 = 0$ admet deux solutions : $x_1 = 3 + \sqrt{3}$ et $x_2 = 3 - \sqrt{3}$

- c. $x_1 \notin [0; 3]$ alors que $x_2 \in [0; 3]$ donc la valeur exacte de α est $3 - \sqrt{3}$.

Exercice 4:

7 points

1. f est une fonction polynôme, elle se comporte au voisinage de l'infini comme son monôme de plus haut degré $\frac{1}{3}x^3$ et :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{3}x^3 = -\infty \quad \text{donc} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{3}x^3 = +\infty \quad \text{donc} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

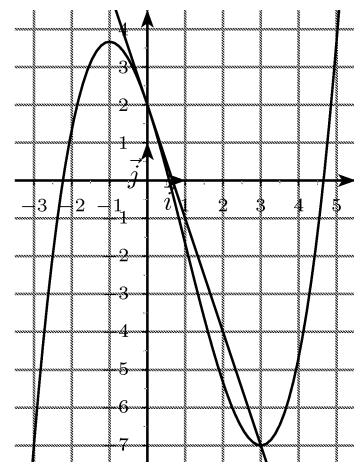
2. a. P est un polynôme du second degré et $\Delta = 16$ donc $x^2 - 2x - 3 = 0$ admet deux solutions : $x_1 = -1$ et $x_2 = 3$ et comme $a = 1 > 0$, on a :

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$
$P(x)$		$+$	$-$	$+$

- b. f est dérivable sur $\mathbb{R}$ comme fonction polynôme et $f'(x) = x^2 - 2x - 3 = P(x)$ donc :

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$
$f'(x)$		$+$	$-$	$+$
$f(x)$		$\nearrow \frac{11}{3}$	$\searrow -7$	$\nearrow$

3. Voir repère



- a. L'équation réduite de la tangente T à la courbe C_f au point d'abscisse 0 est donnée par :

$$\begin{cases} y = f'(0)(x-0) + f(0) \\ y = -3x + 2 \end{cases} \quad \left| \quad \begin{cases} f'(0) = -3 \\ f(0) = 2 \end{cases} \right.$$

- b. Position relative de T et C_f .

$$f(x) - (-3x + 2) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 = x^2 \left(\frac{1}{3}x - 1 \right)$$

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$
x^2		$+$	$+$	$+$
$\frac{1}{3}x - 1$		$-$	$-$	$+$
$f(x) - (-3x + 2)$		$-$	$-$	$+$

C_f et T se coupent pour $x = 0$ et $x = 3$.

C_f est au dessus de T pour $x \in]3; +\infty[$.

C_f au dessous de T pour $x \in]-\infty; 0[\cup]0; 3[$.

- c. Voir repère