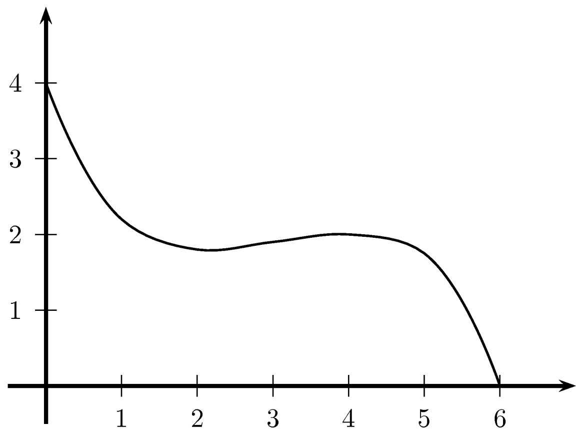
DEVOIR MAISON 5

Enseignant : GREAU D.	**Nom :**	**Note :**
Classe : TES1	**Prénom :**	
Date : A rendre avant le 25/03/2011		

Exercice 1: 3 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des trois questions, trois réponses sont proposées ; une seule de ces réponses convient.
Indiquer sur votre copie le numéro de la question et recopier la réponse que vous jugez convenir, sans justifier votre choix.

1. Voici la courbe représentative d'une fonetion f sur l'intervalle $[0\,;\,6[$.



   Sur l'intervalle $[0\,;\,6[$, la fonction composée $x \longmapsto \ln[f(x)]$:
   - est strictement croissante.
   - a les mêmes variations que f.
   - a les variations contraires de celles de f.
2. Soit g la fonction définie sur $]0\ ;\ +\infty[$ par $g(x) = 4x - 2\ln x$.
   Dans un repère, une équation de la tangente à la courbe représentative de g au point d'abscisse 1 est :
   - $y = 2x + 2$.
   - $y = 4x - 2$.
   - $y = 2x + 6$.
3. L'ensemble des solutions de l'équation $2\ln x = \ln(2x + 3)$ est :
   - l'ensemble vide.
   - $\{-1\ ;\ 3\}$.
   - $\{3\}$.

Exercice 2: 5 points

Amateur de sudoku (jeu consistant à compléter une grille de nombres), Pierre s'entraîne sur un site internet.
40 % des grilles de sudoku qui y sont proposées sont de niveau facile, 30 % sont de niveau moyen et 30 % de niveau difficile.
Pierre sait qu'il réussit les grilles de sudoku de niveau facile dans 95 % des cas, les grilles de sudoku de niveau moyen dans 60 % des cas et les grilles de sudoku de niveau difficile dans 40 % des cas.
Une grille de sudoku lui est proposée de façon aléatoire.
On considère les évènements suivants :

F : « la grille est de niveau facile »
M : « la grille est de niveau moyen »
D : « la grille est de niveau difficile »
R : « Pierre réussit la grille » et $\overline{\mathrm{R}}$ son évènement contraire.

1. Traduire les données de l'énoncé à l'aide d'un arbre pondéré.
2. a. Calculer la probabilité que la grille proposée soit difficile et que Pierre la réussisse.
   b. Calculer la probabilité que la grille proposée soit facile et que Pierre ne la réussisse pas.
   c. Montrer que la probabilité que Pierre réussisse la grille proposée est égale à 0,68.
3. Sachant que Pierre n'a pas réussi la grille proposée, quelle est la probabilité que ce soit une grille de niveau moyen ?
4. Pierre a réussi la grille proposée. Sa petite sœur affirme : « Je pense que ta grille était facile ».
   Dans quelle mesure a-t-elle raison ? Justifier la réponse à l'aide d'un calcul.

Exercice 3: 6 points

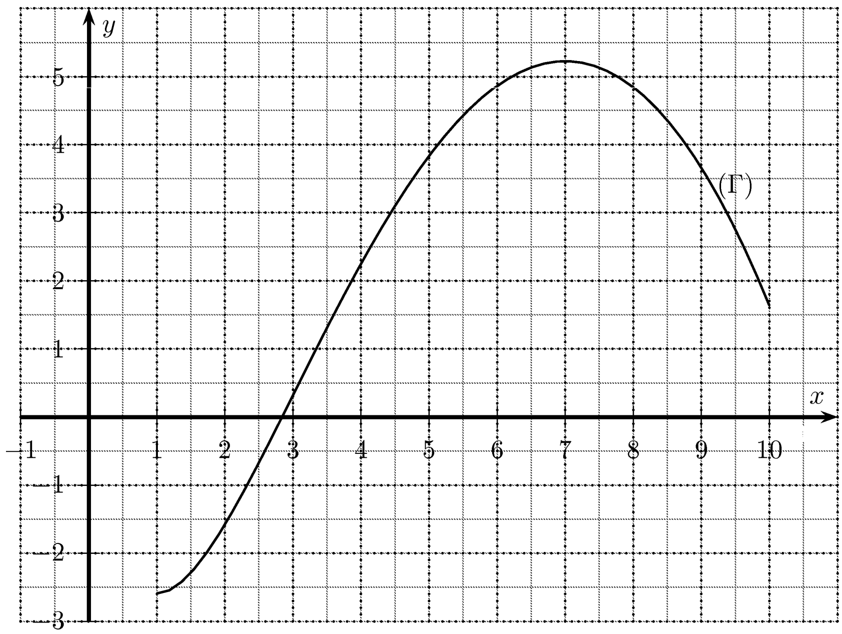
Un laboratoire pharmaceutique produit et commercialise un médicament en poudre. Sa production hebdomadaire, exprimée en kilogrammes, est limitée à 10 kilogrammes.

Partie I : étude des coûts hebdomadaires de production

1. Le coût marginal de production est fonction de la quantité x de médicament produit. Une étude a montré que, pour cette entreprise, l'évolution du coût marginal de production est modélisée par la fonction C_m définie pour les nombres réels x de l'intervalle $[0\,;\,10]$ par :
$$C_m(x) = x + \frac{16}{x+1}.$$
   ($C_m(x)$ est exprimé en centaines d'euros, x en kilogrammes). Étudier les variations de la fonction C_m, puis dresser le tableau de variations de la fonction C_m sur l'intervalle $[0\,;\,10]$.
2. En économie, le coût marginal de production correspond à la dérivée du coût total de production. Ainsi le coût total de production hebdomadaire est modélisé par une primitive de la fonction C_m.
   Déterminer la fonction C, primitive de la fonction C_m sur l'intervalle $[0\,;\,10]$ qui modélise ce coût total, pour une production de médicaments comprise entre 0 et 10 kilogrammes, sachant que $C(0) = 0$.

Partie II : étude du bénéfice hebdomadaire.

On admet que le laboratoire produit une quantité hebdomadaire d'au moins 1 kg et que tout ce qui est produit est vendu. Le bénéfice hebdomadaire (exprimé en centaines d'euros) dépend de la masse x (exprimée en kilogrammes) de médicament produit. Il peut être modélisé par la fonction B définie sur l'intervalle $[1\,;\,10]$ par :
$$B(x) = 9x - 0,5x^2 - 16\ln(x+1).$$
La représentation graphique de la fonction B dans le plan muni d'un repère orthogonal est la courbe (Γ) donnée ci-dessous.



1. a. On admet que la fonction B est strictement croissante sur l'intervalle $[1\,;\,7]$ et strictement décroissante sur l'intervalle $[7\,;\,10]$.
   En déduire la quantité de médicaments que l'entreprise doit produire par semaine pour que son bénéfice hebdomadaire (en centaines d'euros) soit maximal.
   b. Calculer ce bénéfice hebdomadaire maximal en centaines d'euros (arrondir à l'euro).
2. a. Utiliser la courbe (Γ) pour déterminer un encadrement d'amplitude $0,5$ de la plus petite quantité x_0 de médicaments que l'entreprise doit produire par semaine pour ne pas perdre d'argent.
   b. Utiliser la calculatrice pour déterminer une valeur décimale de x_0 approchée au centième.