BAC BLANC N°2 TES	***EPREUVE DE MATHÉMATIQUES***	***Vendredi 18 avril 2014***

Exercice 1 :

Un opérateur de téléphonie mobile organise une campagne de démarchage par téléphone pour proposer la souscription d'un nouveau forfait à sa clientèle, composée à 65% d'hommes.

Des études préalables ont montré que 30% des hommes contactés écoutent leurs explications, les autres raccrochant aussitôt (ou se déclarant immédiatement non intéressés). Pour les femmes, 60% écoutent les explications.

On admet que ces proportions restent stables.

Partie A

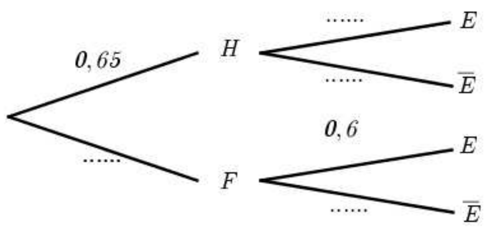
On choisit au hasard une personne dans le fichier clients. Chaque personne a la même probabilité d'être choisie.

On note H l'événement « La personne choisie est un homme », F l'évènement « La personne choisie est une femme », E l'événement « La personne choisie écoute les explications du démarcheur » et $\bar{E}$ l'événement contraire de E.

Rappel des notations :

Si A et B sont deux événements donnés, $p(A)$ désigne la probabilité que l'événement A se réalise et $p_B(A)$ désigne la probabilité de l'événement A sachant que l'événement B est réalisé.

1. *Recopier et compléter l'arbre de probabilité ci-dessous :*



2. a) *Traduire par une phrase l'événement $E \cap F$ et calculer sa probabilité.*
   b) *Montrer que la probabilité que la personne choisie écoute les explications du démarcheur est égale à* 0,405.
   c) *Le démarcheur s'adresse à une personne qui l'écoute. Quelle est la probabilité que ce soit un homme ? On donnera le résultat arrondi au centième.*

Partie B

Les relevés réalisés au cours de ces premières journées permettent également de constater que 12% des personnes interrogées souscrivent à ce nouveau forfait.

Chaque employé de l'opérateur effectue 60 appels par jour.

On suppose le fichier suffisamment important pour que les choix soient considérés réalisés de façon indépendante et dans des conditions identiques.

On note X la variable aléatoire qui comptabilise le nombre de souscriptions réalisés par un employé donné un jour donné.

1. *Justifier que la variable aléatoire X suit une loi binomiale dont on donnera les paramètres.*
2. *Quand on interroge une personne, il y a 12 chances sur 100 qu'elle souscrive un nouveau contrat. Déterminer la probabilité que l'employeur obtienne 5 souscriptions un jour donné. (On arrondira le résultat au centième).*
3. *Déterminer la probabilité que l'employé obtienne au moins une souscription un jour donné. (On donnera une valeur arrondie au dix-millième).*

Exercice 2 pour les non spé

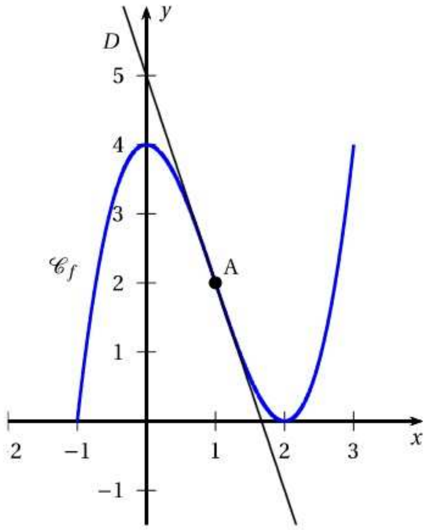
On considère une fonction f définie sur l'intervalle $[-1; 3]$, deux fois dérivable sur cet intervalle et dont la représentation $\mathcal{C}_f$ dans un repère orthonormé est proposée ci-dessous.

On désigne par f' la fonction dérivée de f, par f'' la fonction dérivée seconde de f, par F une primitive de f. (On admet l'existence de F.)

La droite D est tangente à $\mathcal{C}_f$ au point A d'abscisse 1, seul point en lequel la courbe traverse la tangente.

L'axe des abscisses est tangent à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 2.

La tangent à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 0 est la droite d'équation $y = 4$.



Pour chacune des questions ci-dessous, une seule des quatre propositions est exacte. Indiquez sur votre copie le numéro de la question et la proposition choisie

Une réponse juste apporte un point. Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse ne rapportent ni n'enlèvent aucun point.

1. *A)* f *est convexe sur l'intervalle* $[-1; 0]$.
   B) f *est concave sur l'intervalle* $]1; 2[$.
   C) f *est convexe sur l'intervalle* $]1; 3[$.
   D) $\mathcal{C}_f$ *est au-dessus de sa tangente au point d'abscisse* -1.

2. *A)* $f(1) = 5$.
   B) $f'(1) = 2$.
   C) $f''(1) = -3$.
   D) La tangente à $\mathcal{C}_f$ *au point d'abscisse* 1 *a pour équation* $y = -3x + 5$.

3. *A)* $f'(x) > 0$ *pour tout* x *de l'intervalle* $]-1; 2[$.
   B) f' *est croissante sur l'intervalle* $]1; 2[$.
   C) $f(x) = 0$ *si et seulement si* $x = 0$ *ou* $x = 2$.
   D) $f'(x) \leq 0$ *pour tout* x *de l'intervalle* $]-2; -1[$.

4. $A)\ \displaystyle\int_{-1}^{0} f(x)\,dx < 0.$
   $B)\ 3 < \displaystyle\int_{0}^{2} f(x)\,dx < 6.$
   $C)\ \displaystyle\int_{-1}^{0} f(x)\,dx = \int_{0}^{2} f(x)\,dx.$
   $D)$ *La valeur moyenne de* f *sur l'intervalle* $[0; 2]$ *est égale à 1.*

5. *A)* f' *est croissante sur l'intervalle* $[-1; 2]$.
   B) F *est croissante sur l'intervalle* $]-1; 2[$.
   C) f *est croissante sur l'intervalle* $]-1; 2[$.
   D) $F(1) > F(2)$.

Exercice 2 pour les spé

Les parties A et B de cet exercice sont indépendantes

Un lycée d'une grande ville de province organise un forum des grandes écoles de la région pour aider ses élèves dans leurs choix d'orientation post-bac.

Partie A

Une des écoles a effectué une étude sur la mobilité des étudiants de la promotion de 2008 en ce qui concerne les choix de carrière.

Elle a relevé qu'n 2008, à la fin de leurs études, 25% *des diplomés sont partis travailler à l'étranger, alors que le reste de la promotion a trouvé du travail en France.*

On a observé ensuite qu'à la fin de chaque année, 20% *des personnes ayant opté pour l'étranger reviennent sur un poste en France alors que* 10% *des personnes travaillant en France trouvent un poste à l'étranger. On considère que cette situation perdure.*

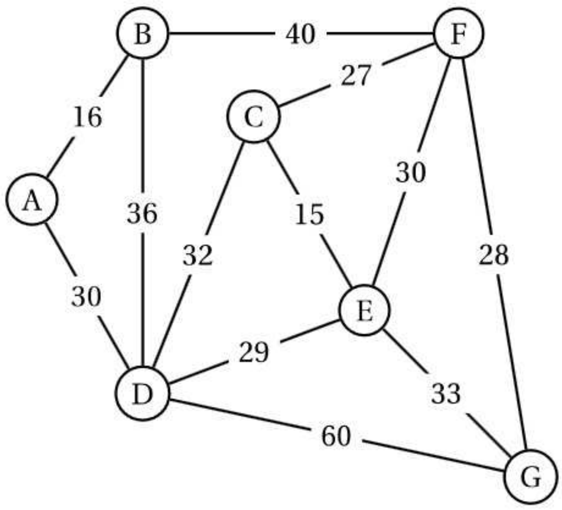
On note $P_n = (e_n \quad l_n)$ *la matrice correspondant à l'état probabiliste en* $2008 + n$, *avec* e_n *la probabilité que la personne travaille à l'étranger,* l_n *celle qu'elle travaille en France.*

Ainsi $P_0 = (0{,}25 \quad 0{,}75)$.

1. *Proposer le graphe probabiliste associé à cette situation. On désignera par E (étranger) et F (France) les deux sommets.*
2. *Donner la matrice de transition M associée en prenant les sommets dans l'ordre E, puis F.*
3. *Montrer qu'en 2011, la proportion des étudiants de la promotion 2008 travaillant à l'étranger est de* 30,475%.
4. *Déterminer l'état stable du graphe probabiliste et interpréter le résultat obtenu.*

Partie B

Pour clôturer cette journée, un groupe de lycéens musiciens a décidé d'organiser un concert. Ils décident de faire le tour de tous les lycées de la ville et de distribuer des prospectus sur le trajet pour faire de la publicité pour cette soirée. Les membres du groupe ont établi le graphe ci-contre. Les sommets représentent les différents lycées et les arêtes, les rues reliant les établissements. Les arêtes sont pondérées par les durées des trajets entre deux sommets consécutifs, exprimés en minutes.



1. *Existe-t-il un trajet d'un lycée à un autre permettant de parcourir toutes les rues une fois et une seule ? Si oui, donner un tel trajet, si non expliquer pourquoi.*
2. *Arrivé en retard au lycée A, un membre du groupe veut trouver le chemin le plus rapide pour rejoindre ses camarades au lycée G. Quel trajet peut-il prendre ? Quelle est alors la durée du parcours ?*

Exercice 3

Partie A

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[-10; 30]$ *par*

$$f(x) = 5 + xe^{0,2x-1}.$$

On admet que f est dérivable sur cet intervalle et admet des primitives sur cet intervalle.

1. *Soit f' la fonction dérivée de la fonction f.*

   Montrer que pour tout réel x de l'intervalle $[-10; 30]$, $f'(x) = (0,2x + 1)e^{0,2x-1}$.

2. *En déduire le sens de variation de f sur l'intervalle* $[-10; 30]$.

3. *Justifier que l'équation $f(x) = 80$ admet une solution unique α dans l'intervalle* $[0; 20]$ *et donner un encadrement de α à* $0,1$ *près.*

4. *Soit F la fonction définie sur* $[-10; 30]$ *par* $F(x) = 5(x - 5)e^{0,2x-1} + 5x$. *On admet que F est une primitive de f dans l'intervalle* $[-10; 30]$.

   $a)$ *Calculer la valeur exacte de* $I = \int_5^{10} f(x)\ dx$.

   b) En déduire la valeur moyenne de la fonction f sur l'intervalle $[5; 10]$. *(On donnera une valeur arrondie au centième)*

Partie B

En 2010, un styliste a décidé d'ouvrir des boutiques de vêtements à prix modérés, tout d'abord dans son pays d'origine, puis dans la communauté européenne et au niveau mondial.

Il a utilisé la fonction f définie dans la partie A mais seulement sur l'intervalle $[0; 20]$ *pour modéliser son développement et a désigné par $f(x)$ le nombre de magasins de son enseigne existant en* $2010 + x$.

1. *Calculer $f(0)$ et interpréter le résultat.*

2. *En utilisant la partie A, indiquer à partie de quelle année la chaîne possèdera 80 boutiques.*

3. *Chaque magasin a un chiffre d'affaires journalier moyen de* 2 500 *euros. Si on considère qu'un magasin est ouvert 300 jours par an, calculer à la centaine d'euros près, le chiffre d'affaires annuel moyen que le styliste peut espérer pour l'ensemble de ses boutiques entre 2015 et 2020.*

Exercice 4

Le responsable du foyer des jeunes d'un village a décidé d'organiser une brocante annuelle. Pour la première brocante, en 2012, il a recueilli 110 inscriptions.

D'après les renseignements pris auprès d'autres organisateurs dans les villages voisins, il estime que d'une année sur l'autre, 90% des exposants se réinscriront et que 30 nouvelles demandes seront déposées.

On désigne par u_n *le nombre d'exposants en* $2012 + n$ *avec* n *un entier naturel.*

Ainsi u_0 *est le nombre d'exposants en 2012, soit* $u_0 = 110$.

1. *Quel est le nombre d'exposants attendus pour 2013 ?*
2. *Justifier que pour tout entier naturel* $n, u_{n+1} = 0{,}9u_n + 30$.
3. *Vu la configuration actuelle de la manifestation dans le village, le nombre d'exposants ne peut pas excéder 220. Recopier et compléter l'algorithme proposé ci-dessous afin qu'il permette de déterminer l'année à partir de laquelle l'organisateur ne pourra pas accepter toutes les demandes d'inscription.*

Variables :	*u est un nombre réel*
	n est un nombre entier naturel
Initialisation :	*Affecter à u la valeur … …*
	Affecter à n la valeur 2012
Traitement :	*Tant que… …*
	Affecter à u la valeur … …
	Affecter à n la valeur $n + 1$
Sortie :	*Afficher … …*

4. *Pour tout entier naturel n, on pose* $v_n = u_n - 300$.

   a) *Démontrer que la suite* (v_n) *est une suite géométrique de raison* 0,9.

   b) *En déduire que pour tout entier naturel* $n, u_n = -190 \times 0{,}9^n + 300$.

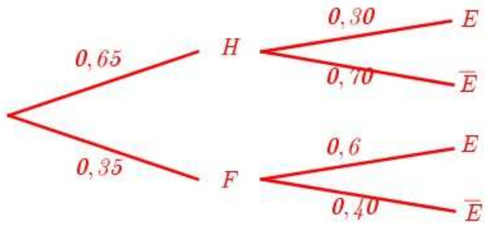
   c) *Déterminer le résultat recherché par l'algorithme de la question 3 en résolvant une inéquation.*

5. *L'organisateur décide d'effectuer une démarche auprès de la mairie pour obtenir assez de place pour ne jamais refuser d'inscriptions. Il affirme au maire qu'il suffit de demander 300 emplacements. A-t-il raison de proposer ce nombre ? Pourquoi ?*

BAC BLANC N°2 TES	**CORRIGÉ de l'ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES**	**Vendredi 18 avril 2014**

Exercice 1 :

1. *Recopier et compléter l'arbre de probabilité ci-dessous :*



2. *a) Traduire par une phrase l'événement $E \cap F$ et calculer sa probabilité.*

$$E \cap F \text{ est l'événement : la personne choisie est une femme qui écoute les explications.}$$
$$p(E \cap F) = p(F) \times p_F(E) = 0{,}35 \times 0{,}6 = 0{,}21.$$

b) Montrer que la probabilité que la personne choisie écoute les explications du démarcheur est égale à 0,405.

$$p(E) = p(H \cap E) + p(F \cap E)$$
$$or\ p(H \cap E) = p(H) \times p_H(E) = 0{,}65 \times 0{,}3 = 0{,}195$$
$$donc\ p(E) = 0{,}210 + 0{,}195 = 0{,}405$$

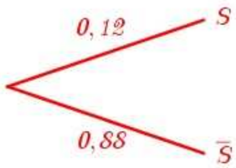
c) Le démarcheur s'adresse à une personne qui l'écoute. Quelle est la probabilité que ce soit un homme ? On donnera le résultat arrondi au centième.

$$p_E(H) = \frac{p(E \cap H)}{p(E)} = \frac{0{,}195}{0{,}405} = \frac{13}{27} \approx 0{,}48.$$

Partie B

1. *Justifier que la variable aléatoire X suit une loi binomiale dont on donnera les paramètres.*

Quand on interroge une personne, il y a 12 chances sur 100 qu'elle souscrive un nouveau contrat.



Ceci est une épreuve de Bernouilli. On la répète 60 fois de façon indépendante. X est le nombre de souscriptions. X suit donc la loi binomiale $\mathcal{B}(60; 0{,}12)$.

2. *Déterminer la probabilité que l'employeur obtienne 5 souscriptions un jour donné. (On arrondira le résultat au centième).*

$$p(X = 5) = \binom{60}{5} \times 0{,}12^5 \times 0{,}88^{55} \approx 0{,}12$$

3. *Déterminer la probabilité que l'employé obtienne au moins une souscription un jour donné. (On donnera une valeur arrondie au dix-millième).*

$$p(X \geq 1) = 1 - p(X = 0) \approx 1 - 0{,}0005 \approx 0{,}9995$$

Exercice 2 pour les non spé

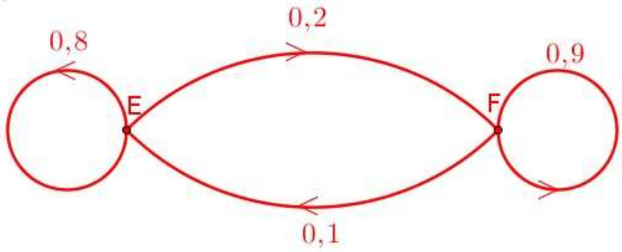
Pour chacune des questions ci-dessous, une seule des quatre propositions est exacte. Indiquez sur votre copie le numéro de la question et la proposition choisie

1. *C) f est convexe sur l'intervalle* $]1; 3[$.
2. *D) La tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse* 1 *a pour équation* $y = -3x + 5$.
3. *B) f' est croissante sur l'intervalle* $]1; 2[$.
4. *B)* $3 < \int_0^2 f(x)\, dx < 6$
5. *B) F est croissante sur l'intervalle* $]-1; 2[$

Exercice 2 pour les spé

Partie A

1. Proposer le graphe probabiliste associé à cette situation. On désignera par E (étranger) et F (France) les deux sommets.



2. Donner la matrice de transition M associée en prenant les sommets dans l'ordre E, puis F.

$$M = \begin{pmatrix} 0{,}8 & 0{,}2 \\ 0{,}1 & 0{,}9 \end{pmatrix}$$

3. Montrer qu'en 2011, la proportion des étudiants de la promotion 2008 travaillant à l'étranger est de 30,475%.

2008 correspond à P_0, donc 2011 correspond à P_3.

$$P_3 = P_0 \times M^3 = (0{,}25 \quad 0{,}75) \times \begin{pmatrix} 0{,}8 & 0{,}2 \\ 0{,}1 & 0{,}9 \end{pmatrix}^3 = (0{,}30475 \quad 0{,}69525)$$

Donc, en 2011, la proportion d'étudiants travaillant à l'étranger est de 30,475%.

4. Déterminer l'état stable du graphe probabiliste et interpréter le résultat obtenu.

Il faut déterminer $P = (a \quad 1-a)$ tel que $P \times M = P$

$$(a \quad 1-a) \times \begin{pmatrix} 0{,}8 & 0{,}2 \\ 0{,}1 & 0{,}9 \end{pmatrix} = (a \quad 1-a)$$

On en conclut que $0{,}8a + 0{,}1(1-a) = a$ donc $0{,}8a + 0{,}1 - 0{,}1a = a$ donc $-0{,}3a = -0{,}1$

donc $a = \frac{1}{3}$ et $1 - a = \frac{2}{3}$.

Cela signifie qu'au bout d'un certain temps $\frac{1}{3}$ des étudiants seront à l'étranger et $\frac{2}{3}$ en France

Partie B

1. Existe-t-il un trajet d'un lycée à un autre permettant de parcourir toutes les rues une fois et une seule ? Si oui, donner un tel trajet, si non expliquer pourquoi.

Sommet	*A*	*B*	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*
Degré	*2*	*3*	*3*	*5*	*4*	*4*	*3*

Il y a 4 sommets de degré impair, B, C, D et G. Ce graphe n'admet donc pas de chemin eulérien. Il n'existe pas de chemin qui passe une fois et une seule par toutes les arêtes.

2. Arrivé en retard au lycée A, un membre du groupe veut trouver le chemin le plus rapide pour rejoindre ses camarades au lycée G. Quel trajet peut-il prendre ? Quelle est alors la durée du parcours ?

Il faut utiliser l'algorithme de Dijkstra.

A	*B*	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*	
0	∞	∞	∞	∞	∞	∞	*A*
	16 A	∞	*30 A*	∞	∞	∞	*B*
		∞	*30 A*	∞	*56 B*	∞	*D*
		62 D		*59 D*	*56 B*	*90 D*	*F*
		62 D		*59 D*		*84 F*	*E*
		62 D				*84 F*	*C*
						84 F	

Le trajet le plus rapide pour se rendre de A à G est ABFG. Ce trajet dure $16 + 40 + 28 = 84$ *minutes.*

Exercice 3

1. *Soit f' la fonction dérivée de la fonction f.*

   Montrer que pour tout réel x de l'intervalle $[-10; 30]$, $f^{'}(x) = (0{,}2x+1)e^{0{,}2x-1}$.

La dérivée de 5 est nulle.

Il faut donc calculer la dérivée de $xe^{0{,}2x-1}$.

Cette expression est de la forme $u \times v$ avec $u = x$ et $v = e^{0{,}2x-1}$.

On a donc $u' = 1$ et $v' = 0{,}2e^{0{,}2x-1}$

La dérivée est donc de la forme $u'v + v'u$

donc $f'(x) = e^{0{,}2x-1} + 0{,}2xe^{0{,}2x-1} = (0{,}2x+1)e^{0{,}2x-1}$

2. *En déduire le sens de variation de f sur l'intervalle $[-10; 30]$.*

$$0{,}2x + 1 = 0 \Leftrightarrow 0{,}2x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{0{,}2} = -5$$

$0{,}2x + 1$ est croissante donc les résultats sont négatifs à gauche de -5 et positifs à droite.

$e^{0{,}2x-1}$ est une exponentielle et est donc toujours positive

$f(-10) = 5 - 10e^{-3} \approx 4{,}502$ $f(-5) = 5 - 5e^{-2} \approx 4{,}323$ et $f(30) = 5 + 30e^{5} \approx 4457$

x	-10		-5		30
$0{,}2x+1$		$-$	0	$+$	
$e^{0{,}2x-1}$		$+$		$+$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$f(-10)$	↘	$f(-5)$	↗	$f(30)$

3. *Justifier que l'équation $f(x) = 80$ admet une solution unique α dans l'intervalle $[0; 20]$ et donner un encadrement de α à $0{,}1$ près.*

f est continue et strictement croissante sur $[0; 20]$. $f(0) = 5$ et $f(20) = 5 + 20e^{3} \approx 407$

$80 \in [f(0); f(20)]$ donc il existe un nombre unique $\alpha \in]0; 20[$ tel que $f(\alpha) = 80$.

A la calculatrice on trouve que $f(13{,}5) < 80$ et $f(13{,}6) > 80$

donc $\alpha \in]13{,}5; 13{,}6[$ $\alpha \approx 13{,}5$.

4. *Soit F la fonction définie sur $[-10; 30]$ par*

$$F(x) = 5(x-5)e^{0{,}2x-1} + 5x.$$

On admet que F est une primitive de f dans l'intervalle $[-10; 30]$.

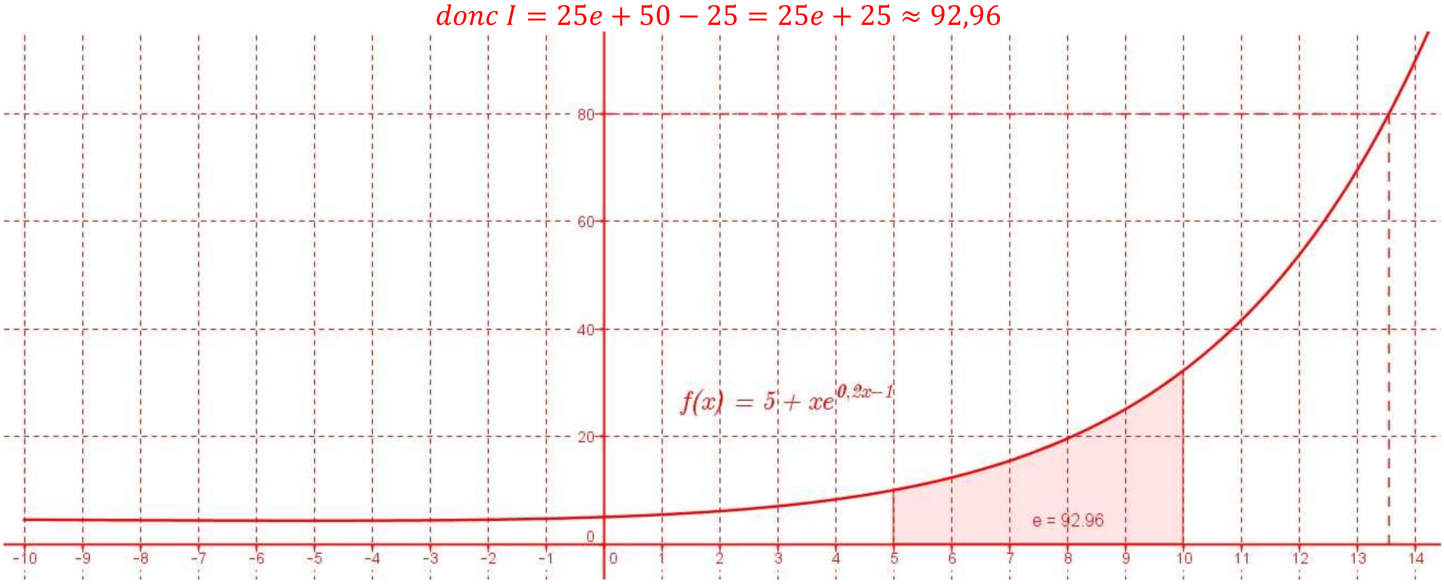
a) Calculer la valeur exacte de $I = \int_{5}^{10} f(x)\, dx$.

On sait que $I = F(10) - F(5)$.

$F(10) = 5(10-5)e^{0{,}2\times10-1} + 5 \times 10 = 5 \times 5e^{1} + 50 = 25e + 50$

$F(5) = 5(5-5)e^{0{,}2\times5-1} + 5 \times 5 = 0 + 25 = 25$

donc $I = 25e + 50 - 25 = 25e + 25 \approx 92{,}96$



b) en déduire la valeur moyenne de la fonction f sur l'intervalle $[5;10]$. (On donnera une valeur arrondie au centième)

$$m=\frac{1}{10-5}\times\int_5^{10} f(x)dx=\frac{25e+25}{5}=5e+5\approx 18{,}59$$

Partie B

1. Calculer $f(0)$ et interpréter le résultat.

$$f(0)=5+0\times e^{0{,}2\times 0-1}=5. \textit{Cela signifie qu'en } 2010, \quad \textit{il a } 5 \textit{ magasins.}$$

2. En utilisant la partie A, indiquer à partie de quelle année la chaîne possèdera 80 boutiques.

$$\textit{On a vu que } f(x)=80 \textit{ pour } x\approx 13{,}5.$$
$$\textit{Cela signifie qu'il aura un peu plus de } 80 \textit{ boutiques en } 2024$$

3. Chaque magasin a un chiffre d'affaires journalier moyen de 2 500 euros. Si on considère qu'un magasin est ouvert 300 jours par an, calculer à la centaine d'euros près, le chiffre d'affaires annuel moyen que le styliste peut espérer pour l'ensemble de ses boutiques entre 2015 et 2020.

$$\textit{Chaque magasin rapporte } 2\,500\times 300=750\,000€ \textit{ par an.}$$
$$\textit{En moyenne, sur les } 5 \textit{ années de } 2015 \textit{ à } 2020, \textit{il a } 18{,}59 \textit{ magasins.}$$
$$\textit{En moyenne, il va donc gagner chaque année } 18{,}59\times 750\,000\approx 13\,943\,600€$$

Exercice 4

1. Quel est le nombre d'exposants attendus pour 2013 ?

$$90\% \textit{ vont rester en } 2013, \textit{donc } 110\times 0{,}9=99 \textit{ et il va y avoir } 30 \textit{ nouveaux}$$
$$\textit{donc en } 2013, \textit{il y aura } 129 \textit{ exposants.}$$

2. Justifier que pour tout entier naturel n, $u_{n+1}=0{,}9u_n+30$.

Chaque année, il faut multiplier le nombre précédent par 90% donc par 0,9 et rajouter les 30 nouveaux.

$$\textit{On a donc bien } u_{n+1}=0{,}9u_n+30.$$

3. Vu la configuration actuelle de la manifestation dans le village, le nombre d'exposants ne peut pas excéder 220. Recopier et compléter l'algorithme proposé ci-dessous afin qu'il permette de déterminer l'année à partir de laquelle l'organisateur ne pourra pas accepter toutes les demandes d'inscription.

Variables :	*u est un nombre réel*
	n est un nombre entier naturel
Initialisation :	*Affecter à u la valeur* **110**
	Affecter à n la valeur 2012
Traitement :	*Tant que* $\mathbf{u}<220$
	Affecter à u la valeur $\mathbf{0,9u+30}$
	Affecter à n la valeur $n+1$
Sortie :	*Afficher* **n**

4. Pour tout entier naturel n, on pose $v_n=u_n-300$.

a) Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison 0,9.

$$v_{n+1}=u_{n+1}-300$$
$$\textit{donc } v_{n+1}=0{,}9u_n+30-300$$
$$\textit{donc } v_{n+1}=0{,}9u_n-2700$$
$$\textit{Comme } v_n=u_n-300, \textit{on a donc } u_n=v_n+300$$
$$\textit{donc } v_{n+1}=0{,}9(v_n+300)-2700$$
$$\textit{donc } v_{n+1}=0{,}9v_n+2700-2700$$
$$\textit{donc } v_{n+1}=0{,}9v_n. \qquad (v_n) \textit{ est donc une suite géométrique de raison } 0{,}9.$$

b) En déduire que pour tout entier naturel n, $u_n=-190\times 0{,}9^n+300$.

$$v_0=u_0-300=110-300=-190.$$
$$(v_n) \textit{ est donc une suite géométrique de raison } 0{,}9 \textit{ et de premier terme } v_0=-190.$$
$$\textit{donc } v_n=v_0\times q^n=-190\times 0{,}9^n$$
$$u_n=v_n+300 \textit{ donc } u_n=-190\times 0{,}9^n+300.$$

c) *Déterminer le résultat recherché par l'algorithme de la question 3 en résolvant une inéquation.*

$$u_n \geq 220 \Leftrightarrow -190 \times 0{,}9^n + 300 \geq 220 \Leftrightarrow -190 \times 0{,}9^n \geq -80 \Leftrightarrow 0{,}9^n \leq \frac{80}{190} \Leftrightarrow 0{,}9^n \leq \frac{8}{19}$$

$$\Leftrightarrow n \ln 0{,}9 \leq \ln\left(\frac{8}{19}\right) \Leftrightarrow n \geq \frac{\ln\left(\frac{8}{19}\right)}{\ln 0{,}9} \Leftrightarrow n \geq 8{,}2$$

$$n \textit{ est un nombre entier donc } u_n \geq 220 \Leftrightarrow n \geq 9 \textit{ donc à partir de } 2012 + 9 = 2021.$$

d) *L'organisateur décide d'effectuer une démarche auprès de la mairie pour obtenir assez de place pour ne jamais refuser d'inscriptions. Il affirme au maire qu'il suffit de demander 300 emplacements. A-t-il raison de proposer ce nombre ? Pourquoi ?*

$$\textit{On sait que } u_n = -190 \times 0{,}9^n + 300.$$

$$\lim_{n\to\infty} 0{,}9^n = 0 \textit{ donc } \lim_{n\to\infty} u_n = 300$$

$$\textit{donc effectivement le nombre d'emplacements va tendre vers } 300 \textit{ sans jamais le dépasser.}$$