# Loi normale générale

**Définition:**
*Une variable aléatoire $X$ suit la loi normale $\mathcal{N}(\mu;\sigma^2)$ si la variable aléatoire $\dfrac{X-\mu}{\sigma}$ suit la loi normale centrée réduite $\mathcal{N}(0;1)$ où $\sigma$ est un réel strictement positif.*

**Exercice 1:**
Soit $X$ une variable aléatoire qui suit la loi normale $\mathcal{N}(\mu;\sigma^2)$. On rappelle que pour une variable aléatoire $Y$ admettant une espérance et une variance, on a :

$$E(aY+b) = aE(Y)+b$$

et

$$V(Y) = E(Y^2) - E(Y)^2$$

On pose à présent

$$Z = \frac{X-\mu}{\sigma}$$

1. Déterminer l'espérance de $E(Z)$. En déduire $E(X)$.
2. Montrer que $V(Z) = E(Z^2)$ puis exprimer $X$ en fonction de $Z$. En déduire $V(X)$.

**Exercice 2:**
Soit $X$ une variable aléatoire qui suit la loi normale $\mathcal{N}(\mu;\sigma^2)$. Sa densité est donnée par :

$$f_{\mu,\sigma}(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\dfrac{-(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

1. On va représenter la densité de $X$ à l'aide du logiciel GeoGebra. Pour cela :
   - Créer un curseur $\mu$ avec $\mu \in [-5;5]$ et un curseur $\sigma$ avec $\sigma \in ]0;5]$
   - Entrer dans la barre de saisie l'expression de $f_{\mu,\sigma}$.
2. Vérifier graphiquement que $f_{\mu,\sigma}$ est bien une densité.
3. Donner des propriétés de la courbe de $f_{\mu,\sigma}$ en fonction de $\mu$ et $\sigma$.
4. Déterminer pour $\mu \in \mathbb{R}$ et pour $\sigma \in ]0;+\infty[$
   a. $P\left(X \in [\mu-\sigma;\mu+\sigma]\right)$
   b. $P\left(X \in [\mu-2\sigma;\mu+2\sigma]\right)$
   c. $P\left(X \in [\mu-3\sigma;\mu+3\sigma]\right)$