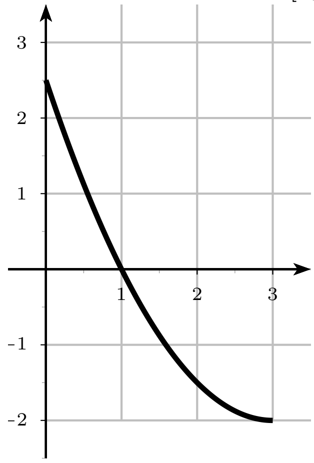
Théorème des valeurs intermédiaires

Exercice 1:

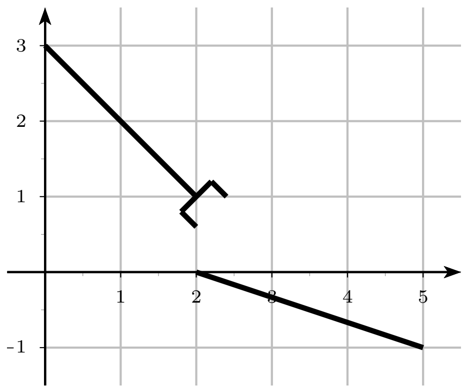
La figure ci-dessous représente une fonction f définie sur l'intervalle $I = [0;3]$ et strictement décroissante sur cet intervalle.



1. Démontrer qu'il existe un unique réel α , $\alpha \in [0;3]$ tel que $f(\alpha) = -1$.
2. Lire graphiquement une valeur approchée de α.
3. La fonction f est définie sur $[0;3]$ par $f(x) = \dfrac{1}{2}x^2 - 3x + \dfrac{5}{2}$.
   a. Démontrer que f est strictement décroissante sur $[0;3]$.
   b. Déterminer à l'aide de la fonction table de votre calculatrice une valeur approchée de α à 10^{-3} près.
   c. Résoudre $f(x) = -1$.
   d. En déduire la valeur exacte de α.

Exercice 2:

La figure ci-dessous représente une fonction f définie et strictement décroissante sur l'intervalle $I = [0;5]$.



1. Expliquer pourquoi on ne peut pas appliquer à f le théorème des valeurs intermédiaires sur $[0;5]$.
2. Peut-on trouver un réel α tel que $f(\alpha) = \dfrac{1}{2}$?

Exercice 3:

Le tableau ci-dessous donne les variations de la fonction f définie sur $I = [-2;7]$.

x	-2	0	1	3	7
$f(x)$	-4	-2	-1	-5	1.3

1. Peut-on appliquer à f le théorème des valeurs intermédiaires sur $[-2;7]$?
2. Montrer qu'en découpant I en deux intervalles qu'il existe un unique réel α tel que $f(\alpha) = 0$.