Exponentielle

I. Introduction

Parmi les fonctions $f : x \longmapsto q^x$, la fonction

$$exp : x \longmapsto e^x$$

est celle telle que $f'(0) = 1$. Cette fonction est appelé fonction exponentielle.

1. Déterminer l'équation de la tangente à la courbe de la fonction exponentielle en 0.
2. A l'aide du logiciel Geogebra, tracer la courbe de la fonction f et afficher la tangente en 0.
3. Déterminer une valeur approchée de e à 10^{-3} près.
4. Exprimer $exp(2)$, $exp(5)$ et $exp(-3)$ comme puissance de e puis déterminer des valeurs approchées de ces nombres.

II. Dérivation

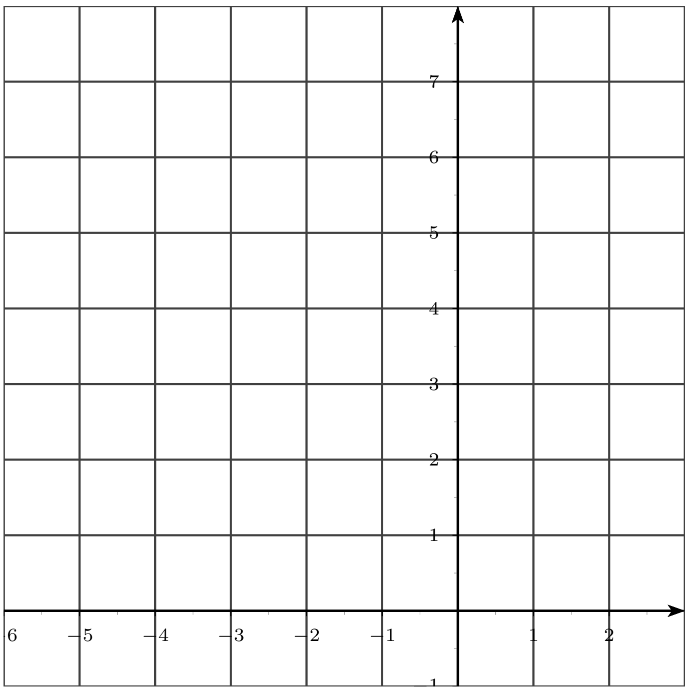
On a précédemment admis que les fonctions exponentielles de base q sont dérivables donc la fonction exponentielle $f : x \longmapsto e^x$ l'est aussi. On va dans cette partie conjecturer l'expression de sa fonction dérivée puis démontrer cette conjecture.

1. A l'aide de votre calculatrice, comparer $f(x)$ et $f'(x)$ pour $x \in \mathbb{R}$.
2. Conjecturer l'expression de $f'(x)$.
3. Démontrer cette conjecture.

III. Propriétés

Soit $f : x \longmapsto e^x$.

1. Donner le signe de la fonction f.
2. Étudier les variations de f.
3. Tracer la courbe représentative de f dans le repère ci-dessous :



4. Résoudre l'équation suivante sur $\mathbb{R}$:

$$e^{5x-2} = e^{-x+1}$$

5. Résoudre l'inéquation suivante sur $\mathbb{R}$:

$$e^{x^2-2x+3} < 1$$