

Exercices type bac

Exercice 1:

On désigne par f la fonction définie sur l'intervalle $[0 ; 6]$ par

$$f(x) = 1 - (x + 1)e^{-x}$$

1. Montrer que $f'(x) = xe^{-x}$ où f' désigne la fonction dérivée de la fonction f .
2. Démontrer que l'équation $f(x) = \frac{1}{2}$ admet une solution unique α sur l'intervalle $[0 ; 6]$. Déterminer une valeur arrondie de α à 0,01.
3. Une entreprise lance la production de batteries pour véhicules électriques. Une étude a modélisée le rythme de la production journalière sur les six premiers mois à l'aide de la fonction f définie précédemment pour x compris entre 0 et 6. x représente le nombre de mois (de 30 jours) depuis le lancement du produit. $f(x)$ représente la production journalière de batteries en milliers. Exprimer en mois puis en jours le moment où la production atteindra 0,5 millier soit 500 unités.

Exercice 2:

On considère la fonction C définie sur l'intervalle $[5 ; 60]$ par :

$$C(x) = \frac{e^{0,1x} + 20}{x}$$

1. On désigne par C' la dérivée de la fonction C . Montrer que, pour tout $x \in [5 ; 60]$,

$$C'(x) = \frac{0,1xe^{0,1x} - e^{0,1x} - 20}{x^2}$$

2. On considère la fonction f définie sur $[5 ; 60]$ par

$$f(x) = 0,1xe^{0,1x} - e^{0,1x} - 20$$

- a. Montrer que la fonction f est strictement croissante sur $[5 ; 60]$.
- b. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ possède une unique solution α dans $[5 ; 60]$.
- c. Donner un encadrement à l'unité de α .
- d. En déduire le tableau de signes de $f(x)$ sur $[5 ; 60]$.
3. En déduire le tableau de variations de C sur $[5 ; 60]$.
4. En utilisant le tableau de variations précédent, déterminer le nombre de solutions des équations suivantes :
 - a. $C(x) = 2$.
 - b. $C(x) = 5$.
5. Une entreprise fabrique chaque mois x vélos de course, avec x appartenant à l'intervalle $[5; 60]$. Le coût moyen de fabrication, exprimé en milliers d'euros, pour une production de x vélos de course, est donné par la fonction C définie précédemment. Déterminer le nombre de vélos à produire pour que le coût de fabrication moyen soit minimal.