

Étude de la fonction logarithme

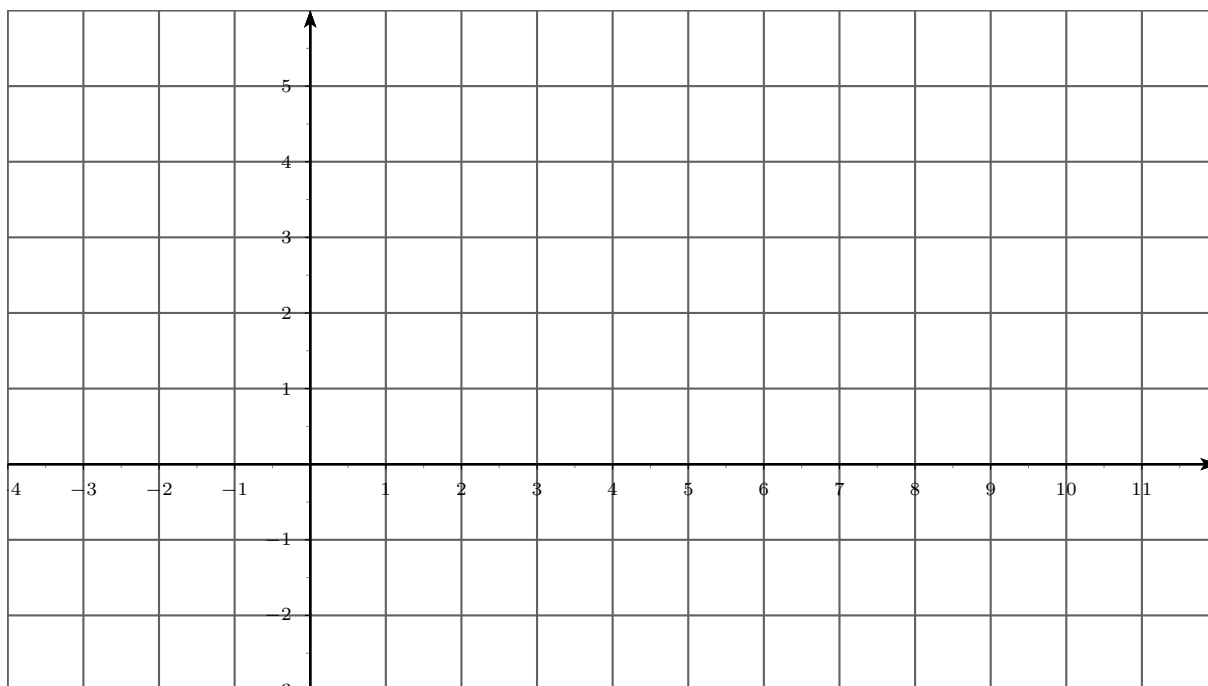
I. Étude de la fonction logarithme

Théorème:

La fonction $f : x \mapsto \ln x$ est dérivable sur $]0; +\infty[$ et

$$f'(x) = \frac{1}{x}$$

1. Étudier la continuité de la fonction f .
2. Étudier les variations de la fonction f .
3. En déduire le signe de la fonction f .
4. Tracer la courbe de la fonction f dans le repère ci-dessous.



5. Déterminer les équations des tangentes à la courbe de la fonction f en 1 et e puis tracer ces deux tangentes.
6. Tracer dans ce même repère la droite d'équation $y = x$ et la courbe de la fonction exponentielle.
7. Que remarque t'on ?

II. Étude de fonctions associées

Théorème:

Si u est une fonction dérivable sur un intervalle I tel que pour tout réel $x \in I$, $u(x) > 0$ alors la fonction $f : x \mapsto \ln[u(x)]$ est dérivable sur I et pour tout réel x de I ,

$$f'(x) = \frac{u'(x)}{u(x)}$$

1. Soit f la fonction définie par $f(x) = \ln(x^2 + x + 1)$
 - a. Déterminer le domaine de définition de f .
 - b. Étudier les variations de la fonction f .
 - c. Déterminer les antécédents de 0 par la fonction f .
 - d. En déduire le signe de la fonction f .
 - e. Déterminer les équations des tangentes à la courbe de la fonction f en -1 et 0 .
2. Soit g la fonction définie par $g(x) = \ln[-(x-2)(x-8)]$. Répondre aux mêmes questions que précédemment.