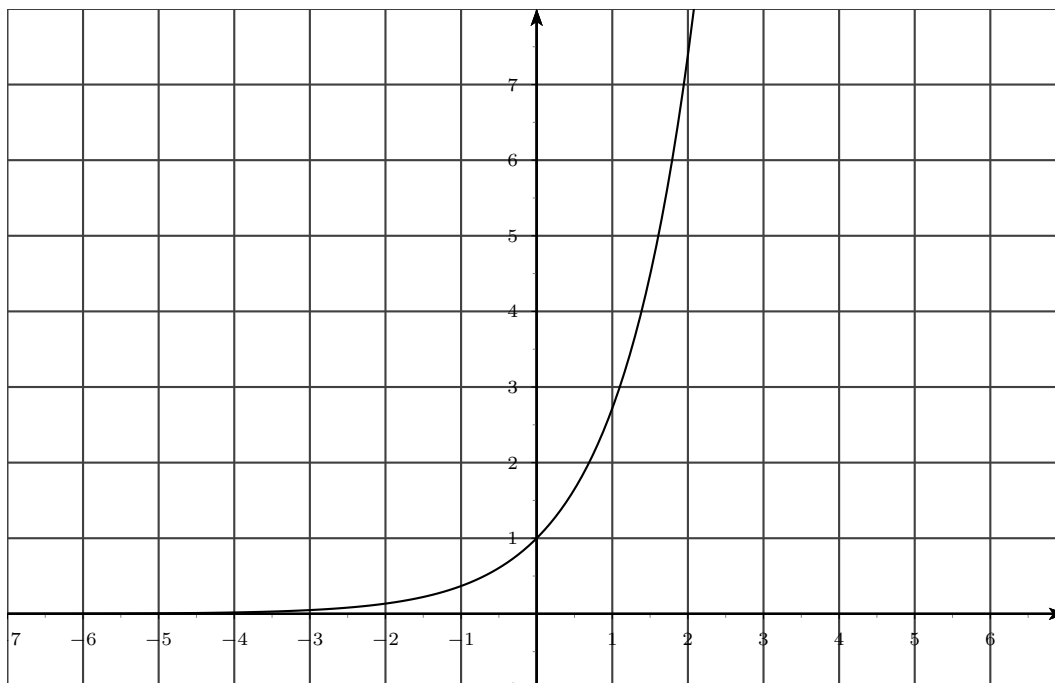


Introduction

On considère la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f : x \mapsto e^x$.

1. Déterminer les variations de f .
2. Soit $y \in \mathbb{R}$. Déterminer le nombre de solution de l'équation $e^x = y$ selon les valeurs prises par le réel y .
3. Déterminer les antécédents de 1 et e par la fonction f .
4. On a tracé la courbe de la fonction f dans le repère ci-dessous :



- a. Déterminer les valeurs approchées des antécédents de $\frac{1}{2}$ et 4 par la fonction f .

Définition:

La fonction logarithme népérien notée $\ln$ est la fonction définie sur $]0; +\infty[$ qui, à tout réel x strictement positif, associe le réel y noté $\ln x$ dont l'exponentielle est x .

$$\ln(x) = y \Leftrightarrow e^y = x.$$

- b. Déterminer les valeurs exactes des antécédents de $\frac{1}{2}$ et 4 par la fonction f .
 - c. Déterminer $\ln 1$ et $\ln e$.
 - d. Conjecturer le signe de la fonction logarithme.
5. Démontrer que pour tout réel $x > 0$, $e^{\ln x} = x$
 6. Démontrer que pour tout réel x , $\ln e^x = x$
 7. Démontrer que pour tout réel a et b strictement positifs :
 - a. $\ln a = \ln b \Leftrightarrow a = b$
 - b. $\ln a < \ln b \Leftrightarrow a < b$
 8. En déduire les variations de la fonction logarithme.
 9. Résoudre les équations et inéquations suivantes :
 - a. $\ln(x^2 - x) = 0$
 - b. $\ln(7x - 2) = 1$
 - c. $\ln(7 + x) \geq \ln 5$
 - d. $\ln(x^2 - x + 2) < \ln(-x^2 + x + 6)$