Relation fonctionnelle

I. Relation fonctionnelle

1. Montrer que pour tous réels a et b strictement positifs,

$$\ln ab = \ln a + \ln b$$

2. En déduire que pour tous réels a et b strictement positifs,

$$\ln \frac{1}{a} = -\ln a$$

$$\ln \frac{a}{b} = \ln a - \ln b$$

$$\ln \sqrt{a} = \frac{1}{2} \ln a$$

II. Applications

1. Simplifier les expressions suivantes :

a. $A = \ln 8 + \ln 2 - \ln 16$

b. $B = \frac{3}{2} \ln 9 + \ln 27 + \ln \sqrt{3}$

c. $C = \ln 5 - \ln 6 + \ln 12$

d. $D = \ln \sqrt{\frac{2}{5}} + \frac{1}{2} \ln 5$

2. Résoudre les équations suivantes

a. $\ln(2x) + \ln(3-x) = 0$

b. $\ln(2x-6) - \ln(2+x^2) = -\ln 10$