Variables aléatoires discrètes

Exercice 1:

Une expérience aléatoire consiste à lancer deux dés cubiques équilibrés et à écrire à partir du couple (a, b) obtenu, formé des chiffres des faces, l'équation $ax^2 + bx + 1 = 0$.

1. Déterminer l'univers Ω de cette expérience aléatoire.
2. On désigne par X la variable aléatoire associant à l'équation obtenue le nombre de ses solutions réels.
   a. Déterminer $X(\Omega)$.
   b. Déterminer la loi de probabilité de X.

Exercice 2:

On considère l'expérience aléatoire : « on tire une boule dans une urne qui contient 4 boules noires et 6 boules rouges »et on s'intéresse à la sortie d'une boule rouge. Soit X la variable aléatoire qui prend la valeur 1 en cas de succès et la valeur 0 en cas d'échec.

1. Donner la loi de probabilité de X.
2. Déterminer l'espérance et la variance de X

Exercice 3:

On considère l'épreuve aléatoire : « on lance six fois de suite un dé équilibré à six faces »et on s'intéresse au nombre de fois où le numéro 6 est sorti lors des six lancers. Soit X la variable aléatoire indiquant le nombre de fois où le numéro 6 est sorti lors des six lancers.

1. Donner la loi de probabilité de X.
2. Déterminer $P(X \leq 2)$
3. Déterminer l'espérance et la variance de X

Exercice 4:

1. Dans un stand de tir, la probabilité pour un tireur d'atteindre la cible est de $0,3$. On effectue n tirs supposés indépendants. On désigne par p_n la probabilité d'atteindre la cible au moins une fois sur ces n tirs. Déterminer la valeur minimale de n pour que p_n soit supérieure ou égale à $0,9$.
2. Un joueur dispose d'un dé cubique équilibré dont les faces sont numérotées de 1 à 6. À chaque lancer, il gagne s'il obtient 2, 3, 4, 5 ou 6 ; il perd s'il obtient 1. Une partie est constituée de 5 lancers du dé successifs et indépendants. Déterminer la probabilité pour que le joueur perde 3 fois au cours d'une partie.

Exercice 5:

Un propriétaire d'une salle louant des terrains de squash s'interroge sur le taux d'occupation de ses terrains. Sachant que la location d'un terrain dure une heure, il a classé les heures en deux catégories : les heures pleines (soir et week-end) et les heures creuses (le reste de la semaine). Dans le cadre de cette répartition, 70 % des heures sont creuses. Une étude statistique sur une semaine lui a permis de s'apercevoir que :

- lorsque l'heure est creuse, 20 % des terrains sont occupés ;
- lorsque l'heure est pleine, 90 % des terrains sont occupés.

On choisit un terrain de la salle au hasard. On notera les événements :

- C : « l'heure est creuse »
- T : « le terrain est occupé »

1. Représenter cette situation par un arbre de probabilités.
2. Déterminer la probabilité que le terrain soit occupé et que l'heure soit creuse.
3. Déterminer la probabilité que le terrain soit occupé.
4. Montrer que la probabilité que l'heure soit pleine, sachant que le terrain est occupé, est égale à $\dfrac{27}{41}$.
5. Dans le but d'inciter ses clients à venir hors des heures de grande fréquentation, le propriétaire a instauré, pour la location d'un terrain, des tarifs différenciés :
   - 10 euros pour une heure pleine,
   - 6 euros pour une heure creuse.

On note X la variable aléatoire qui prend pour valeur la recette en euros obtenue grâce à la location d'un terrain de la salle, choisi au hasard. Ainsi, X prend 3 valeurs :

- 10 lorsque le terrain est occupé et loué en heure pleine,
- 6 lorsque le terrain est occupé et loué en heure creuse,
- 0 lorsque le terrain n'est pas occupé.

6. Construire le tableau décrivant la loi de probabilité de X.
7. Déterminer l'espérance de X.
8. La salle comporte 10 terrains et est ouverte 70 heures par semaine. Calculer la recette hebdomadaire moyenne de la salle.