

DEVOIR BILAN 3		
Enseignants : GREAU D. Date : 18/11/2013	Nom : Prénom : Classe :	Note :

Exercice 1:

4 points

Pour chacune des fonctions f suivantes, déterminer le domaine de dérivabilité puis calculer $f'(x)$.

- $f_1(x) = 8x^5 + 4x^2 + 1$

- $f_3(x) = \frac{1}{x-3}$

- $f_2(x) = 1 + 5\sqrt{x}$

- $f_4(x) = \frac{2x+1}{x^2+1}$

Exercice 2:

4 points

Soit f la fonction définie sur $[1; 80]$ par : $f(x) = 0,04x - 2,1 - \frac{80}{x^2}$.

1. Démontrer que $f'(x) = \frac{0,04x^3 + 160}{x^3}$.

2. Étudier les variations de f sur $[1; 80]$

3. Démontrer qu'il existe un unique $\alpha \in [1; 80]$ tel que $f(\alpha) = 0$.

4. Déterminer une valeur approchée de α à l'unité.

5. En déduire le signe de f sur $[1; 80]$.

Exercice 3:

12 points

- Dans l'un des ateliers d'une usine, on fabrique des commodes en bois de style oriental.
- Toute la production mensuelle est vendue au même donneur d'ordre.
- L'usine ne peut fabriquer plus de 80 commodes par mois.
- Le coût total (en euros) résultant de la fabrication de q commodes est donné pour $q \in [0; 80]$ par :

$$C(q) = 0,02q^3 - 2,1q^2 + 74q + 80$$

- Chaque commode fabriquée est vendue au donneur d'ordre 38 euros.

Partie A : Coût moyen

Le coût moyen C_M est définie par : $C_M(q) = \frac{C(q)}{q}$ pour $q \in [1; 80]$.

1. Déterminer C_M .
2. Montrer que la dérivée du coût moyen est donné par :

$$C'_M(q) = 0,04q - 2,1 - \frac{80}{q^2}$$

3. Déduire de l'exercice 2 le signe de C'_M pour $q \in [1; 80]$.
4. En déduire les variations de la fonction C_M . Conclure.

Partie B : Coût marginal

Le coût marginal C_m est la dérivée du coût total : $C_m(q) = C'(q)$.

1. Montrer que le coût marginal est donné par :

$$C_m(q) = 0,06q^2 - 4,2q + 74$$

2. Étudier les variations de la fonction C_m pour $q \in [0; 80]$. Conclure.
3. Déterminer le signe de la fonction C_m .

Partie C : Bénéfice

1. Exprimer la recette mensuelle $R(q)$ réalisée par la fabrication et la vente de q commodes.
2. Montrer que le bénéfice est donnée par :

$$B(q) = -0,02q^3 + 2,1q^2 - 36q - 80$$

3. Étudier les variations de la fonction bénéfice.
4. Démontrer qu'il existe un unique $\beta \in [0; 80]$ tel que $B(\beta) = 0$.
5. Déterminer une valeur approché de β à l'unité.
6. En déduire les valeurs de q pour lesquelles l'entreprise est bénéficiaire.