

# Corrigé du devoir bilan 4

## Exercice 1:

8 points

### PARTIE A

1. Pour tout  $x \in [0; 6]$ ,

$$\begin{aligned} f'(x) &= -[e^{-x} + (1+x)(-e^{-x})] \\ &= -[e^{-x} - xe^{-x} - e^{-x}] \\ &= xe^{-x} \end{aligned}$$

2. Sur  $[0; 6]$ ,  $e^{-x} > 0$  donc  $f'(x)$  est du signe de  $x$  d'où  $f$  est croissante sur  $[0; 6]$ .

3.  $f$  est continue sur  $[0; 6]$ , strictement croissante sur  $[0; 6]$ ,  $f(0) = 0$  et  $f(6) = 1 - 7e^{-6} \simeq 0,98$  donc  $0,9 \in [f(0); f(6)]$ .  
D'après le théorème des valeurs intermédiaires, on en déduit que l'équation  $f(x) = 0,9$  admet une unique solution  $\alpha$  sur  $[0; 6]$ .

4.  $\alpha \simeq 3,89$

### PARTIE B

1.  $f(1) = 1 - 2e^{-1} \simeq 0,26$ . La production journalière est de 260 batterie par jour au bout d'un mois.

2. La production atteindra 900 unités par jour au bout de 3,89 mois soit au bout de 3 mois et 27 jours puisque  $0,89 \times 30 = 26,7$ .

## Exercice 2:

4 points

1.  $e^{-3x+1} = 1 \iff e^{-3x+1} = e^0 \iff -3x+1 = 0 \iff x = \frac{1}{3}$

2.  $e^{x^2+6x}e^{-x^2-3x+1} > \frac{1}{e} \iff e^{x^2+6x-x^2-3x+1} > e^{-1} \iff 3x+1 > -1 \iff x > -\frac{2}{3}$

## Exercice 3:

8 points

1.  $C_1 = 3000 \times \left(1 + \frac{2,5}{100}\right) = 3075$  et  $C_2 = 3075 \times \left(1 + \frac{2,5}{100}\right) = 3151,87$ .

2.  $C_{n+1} = \left(1 + \frac{2,5}{100}\right) \times C_n = 1,025C_n$  donc  $(C_n)$  est une suite géométrique de raison  $q = 1,025$  et de premier terme  $C_0 = 3000$  donc pour tout nombre entier naturel  $n$ ,  $C_n = 3000 \times 1,025^n$

3. a. Tableau :

Valeur de $n$	0	1	2	3	4
Valeur de $U$	3000	3075	3151,87	3230,67	3311,44
Condition $U \leq S$	vrai	vrai	vrai	vrai	faux

b. L'affichage obtenu est 2014 quand la valeur de  $S$  saisie est 3300.

c. Le nombre obtenu correspond à l'année où la somme placée sur le compte à intérêts composés au taux annuel de 2,5% a dépassé le nombre  $S$  le premier janvier de cette même année.

4.  $C_{13} = 3000 \times 1,025^{13} \simeq 4135$  donc  $C_{13} < 5000$ . Le capital de son placement n'est donc pas suffisant à cette date.

5.  $C_{93} \simeq 29815$  et  $C_{94} \simeq 30561$  donc à partir du premier janvier de 2094, le client pourrait avoir son capital initial multipliée par 10.