

DEVOIR BILAN 6		
Enseignant : GREAU D. Date : 07/04/2014	Nom : Prénom : Classe :	Note :

Exercice 1:

4 points

A partir de 7 heures, les bus passent toutes les quinze minutes à un arrêt A . Un usager se présente en A entre 7 h 00 et 7 h 30. On fait l'hypothèse que la durée de 7 h 00 à l'heure d'arrivée en A , est une variable aléatoire X suivant la loi uniforme sur l'intervalle $[0; 30]$.

1. Quelle est la probabilité qu'il attende le prochain bus :
 - a. moins de huit minutes ?
 - b. plus de six minutes ?
2. Donner la densité de la variable aléatoire X .
3. Déterminer $E(X)$.

Exercice 2:

16 points

Soit f la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = x(x - \ln(x))$

1. Etude du signe de f :
 - a. Déterminer l'équation de la tangente à la courbe de la fonction $x \mapsto \ln(x)$ en 1.
 - b. La fonction logarithme est-elle concave ou convexe ?
 - c. En déduire que $\ln(x) < x$ pour $x \in]0; +\infty[$
 - d. Conclure sur le signe de f sur $]0; +\infty[$.
2. Etude des variations de f :
 - a. Montrer que pour $x \in]0; +\infty[$, $f'(x) = -\ln(x) + 2x - 1$
 - b. Montrer que pour $x \in]0; +\infty[$, $\ln(x) \leq x - 1 \leq 2x - 1$
 - c. En déduire les variations de f sur $]0; +\infty[$.
3. Etude de la convexité de f :
 - a. Montrer que pour $x \in]0; +\infty[$, $f''(x) = \frac{2x-1}{x}$
 - b. En déduire que la courbe de f admet un point d'inflexion que l'on déterminera.
4. Aire sous la courbe de f :
 - a. Déterminer à l'aide de votre calculatrice une valeur approchée à 10^{-2} près de l'aire sous la courbe de f pour $x \in [1; 2]$.
 - b. Montrer que $g(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 \ln(x) + \frac{1}{4}x^2$ est une primitive de f sur $]0; +\infty[$.
 - c. En déduire la valeur exacte de l'aire sous la courbe de f pour $x \in [1; 2]$.

5. Tracer la courbe de la fonction f dans le repère ci-dessous :

