

DEVOIR BILAN 7

<p>Enseignant : GREAU D.</p> <p>Date : 26/05/2014</p>	<p>Nom :</p> <p>Prénom :</p> <p>Classe :</p>	<p>Note :</p>
---	---	----------------------

Exercice 1:

7 points

Une association décide d'ouvrir un centre de soin pour les oiseaux sauvages victimes de la pollution. Leur but est de soigner puis relâcher ces oiseaux une fois guéris. Le centre ouvre ses portes le 1^{er} janvier 2013 avec 115 oiseaux. Les spécialistes prévoient que 40 % des oiseaux présents dans le centre au 1^{er} janvier d'une année restent présents le 1^{er} janvier suivant et que 120 oiseaux nouveaux sont accueillis dans le centre chaque année. On s'intéresse au nombre d'oiseaux présents dans le centre au 1^{er} janvier des années suivantes. La situation peut être modélisée par une suite (u_n) admettant pour premier terme $u_0 = 115$, le terme u_n donnant une estimation du nombre d'oiseaux l'année 2013 + n .

1. Calculer u_1 et u_2 . Avec quelle précision convient-il de donner ces résultats ?
2. Les spécialistes déterminent le nombre d'oiseaux présents dans le centre au 1^{er} janvier de chaque année à l'aide d'un algorithme.
 - a. Parmi les trois algorithmes proposés ci-dessous, seul l'**algorithme 3** permet d'estimer le nombre d'oiseaux présents au 1^{er} janvier de l'année 2013 + n .
Expliquer pourquoi les deux premiers algorithmes ne donnent pas le résultat attendu.

Variables :
 U est un nombre réel
 i et N sont des nombres entiers
Début
 Saisir une valeur pour N
 Affecter 115 à U
 Pour i de 1 à N faire
 | Affecter $0,6 \times U + 120$ à U
 Fin Pour
 Afficher U
 Fin

algorithme 1

Variables :
 U est un nombre réel
 i et N sont des nombres entiers
Début
 Saisir une valeur pour N
 Pour i de 1 à N faire
 | Affecter 115 à U
 | Affecter $0,4 \times U + 115$ à U
 Fin Pour
 Afficher U
 Fin

algorithme 2

Variables :
 U est un nombre réel
 i et N sont des nombres entiers
Début
 Saisir une valeur pour N
 Affecter 115 à U
 Pour i de 1 à N faire
 | Affecter $0,4 \times U + 120$ à U
 Fin Pour
 Afficher U
 Fin

algorithme 3

- b. Donner, pour tout entier naturel n , l'expression de u_{n+1} en fonction de u_n .
3. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = u_n - 200$.
 - a. Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison 0,4. Préciser v_0 .
 - b. Exprimer, pour tout entier naturel n , v_n en fonction de n .
 - c. En déduire que pour tout entier naturel n , $u_n = 200 - 85 \times 0,4^n$.
 - d. La capacité d'accueil du centre est de 200 oiseaux. Est-ce suffisant ? Justifier la réponse.
4. Chaque année, le centre touche une subvention de 20 euros par oiseau présent au 1^{er} janvier.
 Calculer le montant total des subventions perçues par le centre entre le 1^{er} janvier 2013 et le 31 décembre 2018 si l'on suppose que l'évolution du nombre d'oiseaux se poursuit selon les mêmes modalités durant cette période.

Exercice 2:

6 points

Pour chacune des propositions, déterminer si la proposition est vraie ou fausse et justifier la réponse.

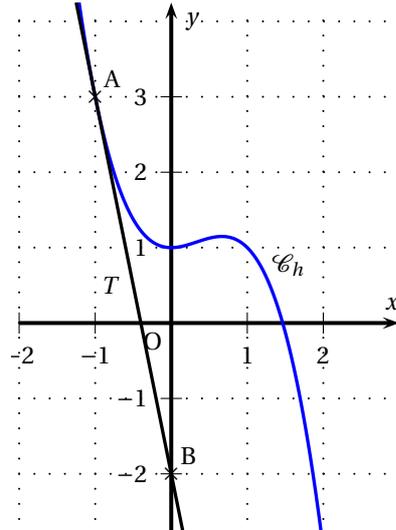
1.

La courbe \mathcal{C}_h représentative d'une fonction h définie et dérivable sur \mathbb{R} est représentée ci-contre.

On a tracé la tangente T à \mathcal{C}_h au point $A(-1; 3)$.

T passe par le point $B(0; -2)$.

Proposition : le nombre dérivé $h'(-1)$ est égal à -2 .



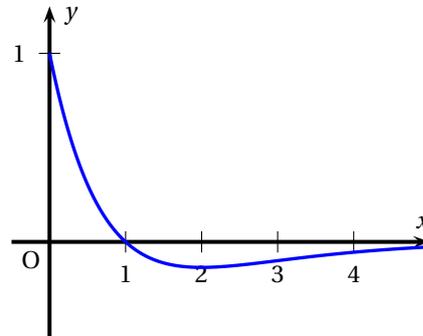
2.

On désigne par f une fonction définie et deux fois dérivable sur $[0; +\infty[$.

La courbe représentative de la fonction f'' , dérivée seconde de la fonction f , est donnée ci-contre.

Le point de coordonnées $(1; 0)$ est le seul point d'intersection de cette courbe et de l'axe des abscisses.

Proposition : la fonction f est convexe sur l'intervalle $[1; 4]$.



3. **Proposition :** on a l'égalité

$$e^{5\ln 2} \times e^{7\ln 4} = 2^{19}.$$

4. La courbe représentative d'une fonction g définie et continue sur l'intervalle $[0; 2]$ est donnée en fig. 1.

La courbe représentative d'une de ses primitives, G , est donnée sur la fig. 2. La courbe représentative de G passe par les points $A(0; 1)$, $B(1; 1)$ et $C(2; 5)$.

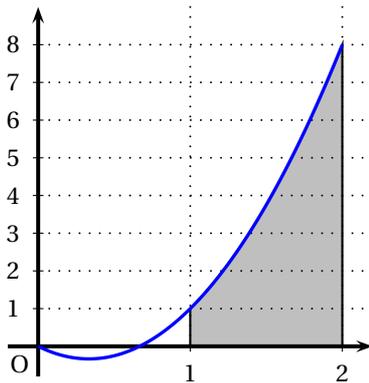


fig. 1

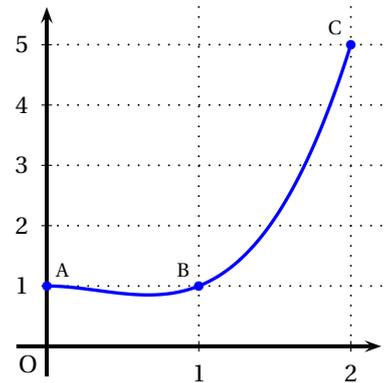


fig. 2

Proposition : la valeur exacte de l'aire de la partie grisée sous la courbe de g en fig. 1 est 4 unités d'aires.

Exercice 3:

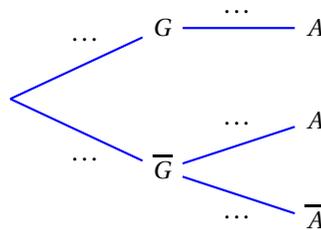
7 points

1. Une société s'est intéressée à la probabilité qu'un de ses salariés, choisi au hasard, soit absent durant une semaine donnée de l'hiver 2014. On a évalué à 0,07 la probabilité qu'un salarié ait la grippe une semaine donnée. Si le salarié a la grippe, il est alors absent. Si le salarié n'est pas grippé cette semaine là, la probabilité qu'il soit absent est estimée à 0,04. On choisit un salarié de la société au hasard et on considère les événements suivants :

G : le salarié a la grippe une semaine donnée ;

A : le salarié est absent une semaine donnée.

- a. Reproduire et compléter l'arbre en indiquant les probabilités de chacune des branches.



- b. Montrer que la probabilité $P(A)$ de l'événement A est égale à 0,1072.
- c. Pour une semaine donnée, calculer la probabilité qu'un salarié ait la grippe sachant qu'il est absent. Donner un résultat arrondi au millième.
2. On admet que le nombre de journées d'absence annuel d'un salarié peut être modélisée par une variable aléatoire X qui suit la loi normale de moyenne $\mu = 14$ et d'écart type $\sigma = 3,5$.
- a. Justifier, en utilisant un résultat du cours, que $P(7 \leq X \leq 21) \approx 0,95$.
- b. Calculer la probabilité, arrondie au millième, qu'un salarié comptabilise au moins 10 journées d'absence dans l'année.
- c. Calculer la probabilité, arrondie au millième, qu'un salarié comptabilise au plus de 20 journées d'absence dans l'année.
3. Une mutuelle déclare que 22 % de ses adhérents ont dépassé 20 journées d'absence au travail en 2013. Afin d'observer la validité de cette affirmation, un organisme enquête sur un échantillon de 200 personnes, choisies au hasard et de façon indépendante, parmi les adhérents de la mutuelle. Parmi celle-ci, 28 ont comptabilisé plus de 20 journées d'absence en 2013. Le résultat de l'enquête remet-il en question l'affirmation de la mutuelle? Justifier la réponse. On pourra s'aider du calcul d'un intervalle de fluctuation asymptotique.