

Devoir maison 3

Exercice 1:

10 points

Une enquête a été réalisée auprès des élèves d'un lycée afin de connaître leur point de vue sur la durée de la pause du midi ainsi que sur les rythmes scolaires. L'enquête révèle que 55 % des élèves sont favorables à une pause plus longue le midi et parmi ceux qui souhaitent une pause plus longue, 95 % sont pour une répartition des cours plus étalée sur l'année scolaire. Parmi ceux qui ne veulent pas de pause plus longue le midi, seulement 10 % sont pour une répartition des cours plus étalée sur l'année scolaire. On choisit un élève au hasard dans le lycée. On considère les événements suivants :

- L : l'élève choisi est favorable à une pause plus longue le midi ;
- C : l'élève choisi souhaite une répartition des cours plus étalée sur l'année scolaire.

1. Construire un arbre pondéré décrivant la situation.
2. Calculer $P(L \cap C)$ la probabilité de l'événement $L \cap C$.
3. Montrer que $P(C) = 0,5675$.
4. Calculer $P_C(L)$, la probabilité de l'événement L sachant l'événement C réalisé. En donner une valeur arrondie à 10^{-4} .
5. On interroge successivement et de façon indépendante quatre élèves pris au hasard parmi les élèves de l'établissement. Soit X la variable aléatoire qui donne le nombre d'élèves favorables à une répartition des cours plus étalée sur l'année scolaire. Le nombre d'élèves étant suffisamment grand, on considère que X suit une loi binomiale.
 - a. Préciser les paramètres de cette loi binomiale.
 - b. Calculer la probabilité qu'aucun des quatre élèves interrogés ne soit favorable à une répartition des cours plus étalée sur l'année scolaire. En donner une valeur arrondie à 10^{-4} .
 - c. Calculer la probabilité qu'exactly deux élèves soient favorables à une répartition des cours plus étalée sur l'année scolaire.

Exercice 2:

10 points

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 10$ et pour tout entier naturel n ,

$$u_{n+1} = 0,9u_n + 1,2$$

1. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = u_n - 12$.
 - a. Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.
 - b. Exprimer v_n en fonction de n .
 - c. En déduire que pour tout entier naturel n , $u_n = 12 - 2 \times 0,9^n$.
2. Déterminer la limite de la suite (v_n) et en déduire celle de la suite (u_n) .
3. En 2012, la ville de Bellecitée compte 10 milliers d'habitants. Les études démographiques sur les dernières années ont montré que chaque année :
 - 10 % des habitants de la ville meurent ou déménagent dans une autre ville ;
 - 1200 personnes naissent ou emménagent dans cette ville.
 - a. Montrer que cette situation peut être modélisée par la suite (u_n) où u_n désigne le nombre de milliers d'habitants de la ville de Bellecitée l'année 2012 + n .
 - b. Un institut statistique décide d'utiliser un algorithme pour prévoir la population de la ville de Bellecitée dans les années à venir. Recopier et compléter l'algorithme ci-dessous pour qu'il calcule la population de la ville de Bellecitée l'année 2012 + n .

VARIABLES

a, i, n .

INITIALISATION

Choisir n

a prend la valeur 10

TRAITEMENT

Pour i allant de 1 à n ,

a prend la valeur

SORTIE

Afficher a

- c. Déterminer à l'aide de votre calculatrice le plus petit entier n tel que : $12 - 2 \times 0,9^n > 11,5$.
- d. En donner une interprétation.