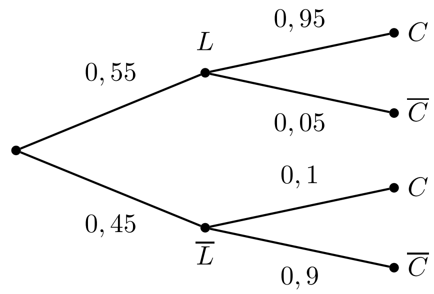
Corrigé devoir maison 3

Exercice 1: 10 points

1. Arbre :



2. $P(L \cap C) = P(L) \times P_L(C) = 0,55 \times 0,95 = 0,5225$
3. D'après la formule des probabilités totales $P(C) = P(C \cap L) + P(C \cap \overline{L})$ donc $P(C) = 0,5225 + 0,45 \times 0,1 = 0,5225 + 0,045 = 0,5675$.
4. $P_C(L) = \dfrac{P(C \cap L}{P(C)} = \dfrac{0,5225}{0,5675} \simeq 0,9207$
5. a. X suit une loi binomiale de paramètres $n = 4$ et $p = 0,5675$.

   b. $P(X = 0) = 0,4325^4 \simeq 0,035$

   c. $P(X = 2) = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix} 0,5675^2 \times 0,4325^2 \simeq 0,3614$

Exercice 2: 10 points

1. a. Pour tout entier n, $v_{n+1} = u_{n+1} - 12$ et $u_{n+1} = 0,9u_n + 1,2$ donc

$$v_{n+1} = 0,9u_n + 1,2 - 12 \Leftrightarrow v_{n+1} = 0,9u_n - 10,8 \Leftrightarrow v_{n+1} = 0,9\,(u_n - 12) \Leftrightarrow v_{n+1} = 0,9v_n$$

   La suite (v_n) est donc géométrique de raison $q = 0,9$ et de premier terme $v_0 = -2$

   b. On en déduit que pour tout entier n, $v_n = -2 \times 0,9^n$

   c. On en déduit que pour tout entier n, $u_n = v_n + 12 = 12 - 2 \times 0,9^n$

2. $\lim\limits_{n\to+\infty} 0,9^n = 0$ d'où $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = 0$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = 12$
3. a. Si on note u_n la population dans cette ville l'année n, l'année $n+1$ 10 % des habitants de la ville meurent ou déménagent dans une autre ville donc on multiplie u_n par $1 - 0,1 = 0,9$ et 1200 personnes naissent ou emménagent dans cette ville donc on ajoute $1,2$ milliers d'habitants à u_n d'où $u_{n+1} = 0,9u_n + 1,2$. De plus, l'année 0 correspond à 2012 donc $u_0 = 10$. Ainsi la situation de la démographie dans cette ville peut être modélisé par (u_n).

   b.

```
VARIABLES
a, i, n.
INITIALISATION
Choisir n
a prend la valeur 10
TRAITEMENT
Pour i allant de 1 à n,
a prend la valeur 0,9a + 1,2
Fin Pour
SORTIE
Afficher a
```

   c. $u_{13} \simeq 11,49$ et $u_{14} \simeq 11,54$ donc $n = 14$ est le plus petit entier tel que : $12 - 2 \times 0,9^n > 11,5$.

   d. En 2026, la population de cette ville dépassera les 11 500 habitants.