
Devoir maison 4

Exercice 1:

8 points

Résoudre les équations et inéquations suivantes :

1. $e^{-6x+3} = 0$
2. $e^{-x^2-8x} = 1$
3. $e^{11+6x} < e^{5x-8}$
4. $e^{5x^3+6x} > \frac{1}{e^{-x^3+2x^2}}$

Exercice 2:

12 points

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = \frac{8 - x^3}{1 + x^2}$$

1. a. Déterminer les variations de $g : x \mapsto 8 - x^3$.
b. Montrer que l'équation $8 - x^3 = 0$ admet une unique solution sur \mathbb{R} .
c. En déduire le signe de f sur \mathbb{R} .
2. a. Déterminer les variations de $h : x \mapsto x^3 + 3x + 16$
b. Montrer que l'équation $h(x) = 0$ admet une unique solution notée α sur $[-3; -2]$.
c. En déduire le signe de h sur \mathbb{R} .
d. Donner une valeur approchée de α à 10^{-3} près.
e. En déduire les variations de la fonction f .
3. Tracer la courbe C_f de la fonction f pour $x \in [-4; 3]$.
4. Déterminer l'équation de la tangente T à la courbe de la fonction f en $x = -3$ puis la tracer.
5. Déterminer sans calcul $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-3+h) - f(-3)}{h}$