

Devoir maison 7

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^x - \frac{1}{2}x^2 + x + 2$

1. Étude des variations de f :
 - a. Déterminer l'équation de la tangente à la courbe de la fonction exponentielle en 0. En déduire que $e^x > x - 1$ sur $\mathbb{R}$.
 - b. Déterminer f' . En déduire les variations de f sur $\mathbb{R}$.
2. Étude du signe de f :
 - a. Montrer que $f(x) = 0$ admet une unique solution $\alpha \in [-2; -1]$.
 - b. En déduire le signe de f sur $\mathbb{R}$.
3. Étude de la convexité de f :
 - a. Déterminer f'' . Conclure.
 - b. En déduire un éventuel point d'inflexion de la courbe de la fonction f .
4. Déterminer la valeur exacte de $\int_0^2 f(x) \mathrm{d}x$
5. Tracer la courbe de la fonction f sur $[-4; 2]$.