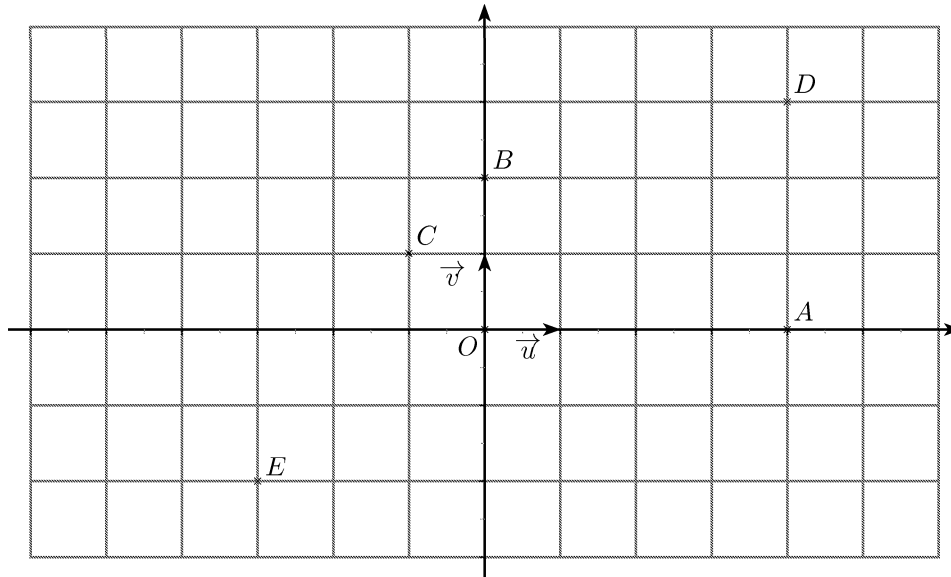


## Module, argument et forme trigonométrique

### A) Représentation graphique

On doit à Gauss (1831) une définition précise des nombres complexes (l'épithète est de lui en remplacement du qualificatif imaginaire qu'avaient utilisé à l'origine Cardan et Bombelli), l'écriture (définitive, enfin!) sous la forme  $z = a + ib$  avec  $i^2 = -1$  (notation due à Euler) leur interprétation et représentation géométriques (dont la paternité revient à Wessel et Argand).

Dans une lettre datée de 1811, il écrit : « De même qu'on peut se représenter tout le domaine des réels au moyen d'une ligne droite ..., de même on peut se figurer les réels et les imaginaires au moyen d'un plan où chaque point, déterminé par son abscisse  $a$  et son ordonnée  $b$ , représente en même temps la quantité  $a + ib$  ». Ce plan est appelé **plan complexe**.



Dans le plan complexe ci-dessus muni d'un repère  $(0; \vec{u}, \vec{v})$ .

- Déterminer les nombres complexes correspondants aux points  $A, B, C, D$  et  $E$ .
- Placer les points correspondants aux nombres complexes suivants :

$$-2i ; \quad 3 + 2i ; \quad -5 ; \quad -1 - i ; \quad \sqrt{2}(1 + i)$$

**Définition :** On dit que  $M(a; b)$  a pour **affixe** le nombre complexe  $z = a + ib$ .

- Déterminer le lieu des nombres complexes  $z$  tel que  $\operatorname{Re}(z) = 0$ .
- Déterminer le lieu des nombres complexes  $z$  tel que  $\operatorname{Im}(z) = 0$ .
- Que peut-on dire des points  $M$  d'affixe  $z$  et  $M'$  d'affixe  $\bar{z}$ ?

### B) Module

- Soit  $M$  un point d'affixe  $z = a + ib$  dans le plan complexe muni d'un repère  $(0; \vec{u}, \vec{v})$ . Déterminer la distance  $OM$ .

**Définition :** La distance  $OM$  est appelé **module** du nombre complexe  $z$ . On le note  $|z|$ .

- Déterminer le module des nombres complexes suivants :

$$-2i ; \quad 3 + 2i ; \quad -5 ; \quad -1 - i ; \quad \sqrt{2}(1 + i)$$

### C) Argument et forme trigonométrique

- Soit  $M$  un point d'affixe  $z = a + ib$  dans le plan complexe muni d'un repère  $(0; \vec{u}, \vec{v})$ . On note  $\theta$  une mesure de l'angle orienté  $(\vec{u}, \overrightarrow{OM})$ . Déterminer l'affixe du point  $M$  en fonction de  $\theta$ .

**Définition :** Toute mesure en radians de l'angle orienté  $(0; \vec{u}, \vec{v})$  est appelée **argument** du nombre complexe  $z$ . On le note  $\arg(z)$ .

- Déterminer un argument des nombres complexes suivants :

$$-2i ; \quad \sqrt{3} - i ; \quad -5 ; \quad -1 - i$$

- En déduire une autre écriture des nombres complexes ci-dessus.