

Fonctions polynômes, rationnelles et composées

Exercice 1:

Déterminer les limites suivantes :

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 - x^2 + 3$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} -5x^4 + 6x^3 + 2x - 1$
- $\lim_{x \rightarrow 2} x^2 + x + 1$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x - 1}{x^2 + 1}$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^4 - 5x^2 + 1}{x^2 - x + 1}$
- $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{3 + x}{x^2 - 4x + 3}$

Définition:

La fonction f est appelée la composée de la fonction u suivie de la fonction v , si on a :

$$\begin{array}{c} x \xrightarrow{u} u(x) \xrightarrow{v} f(x) = v[u(x)] \\ \underbrace{\hspace{10em}}_f \end{array}$$

On note $f = v \circ u$

Exercice 2:

Dans chaque cas déterminer les fonctions $f_1 = u \circ v$ et $f_2 = v \circ u$ et préciser leur domaine de définition respectif :

- $u(x) = x^2$ et $v(x) = 3x - 4$
- $u(x) = x^5$ et $v(x) = x^2 + 1$
- $u(x) = \frac{1}{x}$ et $v(x) = x^2 + 3x$
- $u(x) = \sqrt{x}$ et $v(x) = x^2 - x + 1$

Propriété:

a, b et c désignent soit un réel soit $+\infty$, soit $-\infty$. u, v et f désignent des fonctions telles que f est la composée de u suivie de v .

$$\text{Si } \lim_{x \rightarrow a} u(x) = b \quad \text{et} \quad \lim_{y \rightarrow b} v(y) = c, \quad \text{alors} \quad \lim_{x \rightarrow a} f(x) = c$$

Exercice 3:

Déterminer les limites suivantes :

- $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{1}{(x - 7)^2}$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^2 + 1)^{11}$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} (1 - 2x)^3 + (1 - 2x)^2$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^2 + x + 1}$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} -x + 4\sqrt{x} + 8$