

Propriétés de la fonction logarithme

Produit

1. Compléter le tableau suivant à l'aide de la calculatrice, on arrondira les valeurs à 10^{-2} près.

a	2	4	12	$\sqrt{2}$
b	3	5	79	π
$\ln ab$				
$\ln a + \ln b$				

Quelle conjecture peut-on faire ?

2. Soit $a > 0$ et $b > 0$.
- Montrer que $e^{\ln(a)+\ln(b)} = ab$.
 - Simplifier $e^{\ln(ab)}$.
 - Conclure.

Quotient

Soit a et b deux réels strictement positifs.

- Montrer que $\ln \frac{1}{b} = -\ln b$
- En déduire que $\ln \frac{a}{b} = \ln a - \ln b$.

Racine carré

Soit x un réel strictement positif. En utilisant la propriété du produit, montrer que $\ln(\sqrt{x}) = \frac{1}{2} \ln(x)$.

Puissances

Soit x un réel strictement positif. Montrer par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $\ln x^n = n \ln x$.

Exercice 1:

Exprimer en fonction de $\ln(3)$ les nombres :

- | | | |
|----------------------------------|----------------------------------|---------------------------------------|
| a) $\ln(27)$ | d) $\ln(\sqrt{3})$ | g) $\ln(63) - \ln(7)$ |
| b) $\ln\left(\frac{1}{3}\right)$ | e) $\ln\left(\frac{1}{9}\right)$ | h) $2 \ln(6) - \ln(4)$ |
| c) $\ln(2187)$ | f) $\ln(9\sqrt{3})$ | i) $\frac{\ln(3^5)}{\ln(3^3)} \ln(3)$ |