

Chapitre 7: Applications des nombres complexes à la géométrie

1 Différentes notations d'un nombre complexe

1.1 Notation algébrique

Tout nombre complexe z admet une écriture unique sous la forme $z = a + ib$ appelée forme algébrique de z .

- a est appelée la partie réelle de z notée $Re(z)$
- b est la partie imaginaire de z notée $Im(z)$.

1.2 Notation trigonométrique

Tout nombre complexe z non nul peut s'écrire sous la forme

$$z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$$

avec $r = |z|$ et $\theta = \arg(z)$. Cette écriture est appelée forme trigonométrique de z .

Le lien entre la forme algébrique et la forme trigonométrique est :

- si l'on connaît r et θ alors $a = r \cos \theta$ et $b = r \sin \theta$;
- si l'on connaît a et b lors $r = |z| = \sqrt{a^2 + b^2}$ et θ est défini par : $\cos \theta = \frac{a}{r}$ et $\sin \theta = \frac{b}{r}$

De plus, la forme trigonométrique n'est pas unique :

$$z = z' \iff |z| = |z'| \quad \text{et} \quad \arg(z) \equiv \arg(z') \pmod{2\pi}$$

1.3 Notation exponentielle

Définition:

Tout nombre complexe z non nul peut s'écrire sous la forme

$$z = r e^{i\theta}$$

avec $r = |z|$ et $\theta = \arg(z)$. Cette écriture est appelée forme exponentielle de z .

Remarques:

- $|e^{i\theta}| = 1$
- Attention la forme exponentielle n'est pas unique elle aussi!