Écriture complexe des transformations du plan

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormal direct $(0;\overrightarrow{u},\overrightarrow{v})$.

A) Translation

Soit $\overrightarrow{u}$ un vecteur d'affixe b.
On considère la translation T de vecteur $\overrightarrow{u}$ qui a un point M d'affixe z associe un point M' d'affixe z'.

1. Exprimer z' en fonction de z et b.

On dit que $z' = f(z)$ est l'écriture complexe de la translation T

2. Déterminer l'affixe du point B image du point $A(6-3i)$ par la translation T de vecteur $\overrightarrow{u}(-3+2i)$

B) Homothétie

Soit Ω un point d'affixe ω et k un réel non-nul.
On considère l'homothétie H de centre Ω et de rapport k qui a un point M d'affixe z associe un point M' d'affixe z'.

1. Exprimer le vecteur $\overrightarrow{\Omega M'}$ en fonction du vecteur $\overrightarrow{\Omega M}$.
2. En déduire l'écriture complexe d'une homothétie de centre Ω et de rapport k.
3. Déterminer l'affixe du point B image du point $A(-1+i)$ par l'homothétie H de centre $\Omega(2-i)$ et de rapport $\dfrac{1}{3}$.

C) Rotation

Soit Ω un point d'affixe ω et θ un réel quelconque.
On considère la rotation R de centre Ω et d'angle θ qui a un point M d'affixe z associe un point M' d'affixe z'.

1. Déterminer le module et un argument du nombre complexe $\dfrac{z'-\omega}{z-\omega}$.
2. En déduire l'écriture complexe d'une rotation de centre Ω et d'angle θ.
3. Déterminer l'affixe du point B image du point $A(2+2i)$ par la rotation R de centre $\Omega(i)$ et d'angle $\dfrac{\pi}{3}$.